

# Einstein-Podolsky-Rosenのパラドックス II

小 杉 誠 司

(2000年9月14日受理)

【キーワード】 EPR, Bohr, Einstein, 相関 (correlation), 量子力学的状態 (quantum mechanical state), 実在 (reality), 測定 (measurement)

## 1 はじめに

前論文<sup>(1)</sup>において, A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosenによって提出された『EPRの問題』<sup>(2)</sup>について論じた。EPRによれば, 二粒子の相関系に量子力学の原理とともに局所性の原理を適用すると, 波動関数による量子力学の状態記述が不完全であることが導かれる。他方で, 波動関数が現実の物理的状況を完全に記述していると考えれば, そのときには粒子1から遠く離れた粒子2へ奇妙な遠隔作用が働いていることになり, 相対性理論に矛盾してしまう。これらのことからEPRは, 波動関数による実在の量子力学的記述は不完全であると結論した。

Rosenfeltの追憶によれば、「(EPRの論文の) 猛撃は青天の霹靂のようにわれわれを襲った。それがN. Bohrにあたえた影響は著しいものであった。…… BohrはEinsteinの議論についての私の報告を聞くやいなや, 他の一切の仕事は放てきされた。…… 大きな興奮の中で, Bohrは直ちに, その返答の概略を, 私に口述し始めた。しかし, まもなく彼はためらい勝ちになった。『いや, これではだめだ。われわれは全部もう一度やり直さねばならぬ。…… れわれは問題点を全く明確なものにしなければならぬ。……』こういうことがしばらく続いた。そしてその議論の予期しなかった微妙な点に対する疑念が大きくなって行った。」<sup>(3)</sup> Rosenfeltは回答をつくるために, Bohrとともに, 「来る日も来る日も, 来る週も来る週も」努力したという。Bohrの返答は, EPRの論文が発表されてから4ヶ月も経たないうちに同じタイトルで雑誌『Physical Review』に届けられた。<sup>(4)</sup>

本論文では, EPRの論文に対するBohrの反論について考察する。最初にBohrの論文を批判検討し, そこでBohrが述べている『二個の相互排他的な実験的手続き』が, Bohrが考案した具体的な装置において何を指しているかについて, 二つの解釈が可能であることを明らかにする。次に『二個の相互排他的な実験的手続き』を, 隔壁が土台にしっかりと固定されているか, あるいはバネでつり下げてあって自由に動けるようにしてあるかという, 二つの手続きと解釈した場合について考察する。しかし, このような装置でつくられた二粒子の状態は, EPRの波動関数がもっている位置の相関をもっていないので, この解釈は否定される。4章では, 粒子1に対する位置測定装置と運動量測定装置が『二個の相互排他的な実験的手続き』であると解釈した場合について検討する。しかし, 粒子1に対する測定が

遠く離れている粒子2の属性に影響を与える理由が、この解釈では不明のままであるので、この解釈は十分な説得力をもっていない。次に、Bohrが反論を発表してから14年後に発表したエッセイで、EPRの問題に言及した際に、彼が考察したシングルスリットをもった隔壁について検討する。6章では、量子力学の理論形式を用いて次のことを明らかにする。粒子1の位置測定のと後に二つの粒子の運動量の相関を利用することができなくなるのは、通常考えられているように、擾乱により粒子1の運動量をコントロールできなくなったからではなく、粒子1に対する測定により二つの粒子の相関が消滅したことが原因である。最後に結論をまとめる。そこでは次のことが明らかにされる。観測対象と測定装置は分析不可能な一体をなしているというBohrの論拠は、二粒子の相関系の場合には十分な説得力をもたない。二粒子系の量子力学的状態概念及びそれから生ずる量子力学的実在の様式を明らかにしなければこの問題は解決できない。

## 2 Bohrの反論

Bohrは反論の最初の導入部において、EPRのパラドックスは『一見それが矛盾しているように見えたとしても、それは量子力学においてわれわれが当面しているタイプの物理現象の合理的説明に対しては、ありきたりの自然哲学の見地が本質的に不適切なものであることを暴露しているに過ぎない』と書いて、彼の新しい哲学『相補性』の立場から反論を書いている。彼の考えでは、作用量子の存在により、対象と測定手段との間の相互作用を古典力学の場合のように無視することができない。したがって測定装置がその本来の目的に利用されるべき場合には、対象に対する反作用をコントロールすることができず、このために、われわれは量子現象において因果律という古典的概念を最終的に断念しなければならないだけでなく、EPRが議論した物理的実在性の問題についてもわれわれの態度を根本的に変革しなければならないと強調している。<sup>註1</sup>またEPRによる実在の判定条件がどんなに慎重に定式化されたように見えようとも、現実的な問題に対してそれが適用された場合には、ある本質的なあいまいさを含むことになるという。

このことを明らかにするために、いくつかの簡単な測定装置について考察したあと、BohrはEPRの理論形式だけを用いた抽象的な議論を物理的に具体的に解釈するために、一つの実験装置を提案した。それは2本の平行なスリット（それら幅 $d$ はその間隔 $L$ に比べてごく狭い）を持った剛体的な隔壁を考え、二つの粒子がそれぞれのスリットを独立に、一定の運動量をもって隔壁に垂直に入射していくというものであった。（図1Aと図1Bを参照。）

二つの粒子がスリットを通過する前と後で、隔壁に平行でスリットの切り口に垂直な方向（ $X$ 軸方向とする）の運動量が正確に測定されていれば、通過後の二つの粒子の運動量の $X$ 軸方向の成分の和は確かに知られている。また通過直後のこれら二つの粒子の位置座標の差は二つのスリットの間隔 $L$ に等しい。すなわち、隔壁の運動量が通過前後で変わらない場合を考えれば、

$$p_1 + p_2 = 0, x_1 - x_2 = L, \quad (1)$$

である。このようにして作られたスリットを通過した直後の二つの粒子の状態は、EPRの波動関数が表わしているものに他ならない。

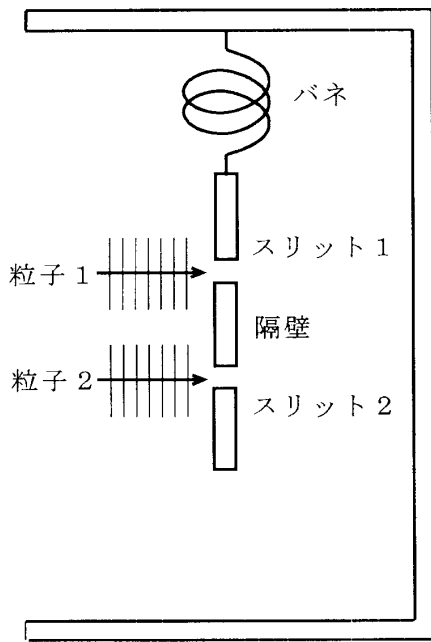


図1A：ダブルスリットの隔壁  
(自由に動けるようにしたもの)

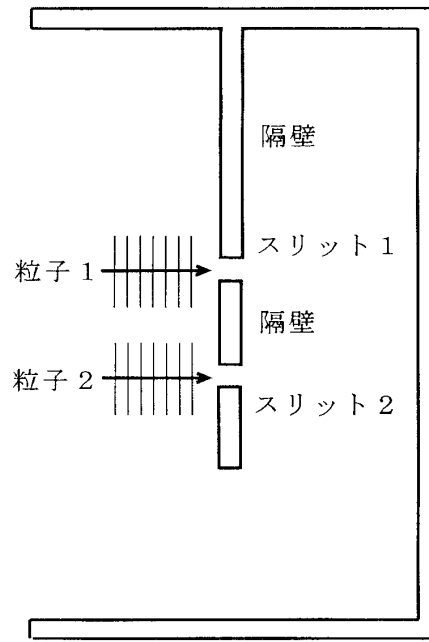


図1B：ダブルスリットの隔壁  
(土台に固定したもの)

EPRが指摘しているように、われわれは粒子2に直接擾乱を与えずに、 $x_1$ または $p_1$ のいずれかを測定する—またそのことによって $x_2$ または $p_2$ を予言する—という選択の自由を与られているが、しかしこれらは相異なつたしかも相互に排他的な実験上の手続きの間の区別に関連していることに注意しなければならない。そしてこれらの手続きの区別を明確にすることが、相補的な古典的概念のあいまいでない使用を可能にすると、Bohrはいう。

Bohrはこの装置を使った位置の測定について、次のように述べている：「実際 $x_1$ を測定することは、粒子1の振舞いと空間的な基準枠を定義している土台に剛体的に固定されている装置<sup>注2</sup>との間の相関を確立することを意味している。従ってこのような実験条件のもとでは、 $x_1$ の測定は、粒子がスリットを通過したときの隔壁の空間的位置についての、したがって装置の残りの部分に相対的な粒子2の最初の位置についての知識を与えてくれる。実際、このようにしてのみ、もう一方の粒子2の装置の残りの部分に相対的な最初の位置 $x_2$ についての結論を下す根拠を得るのである。しかし、ある本質的に制御不可能な運動量が第一の粒子から先に触れた土台へと移ることを容認することによって、われわれとしてはこの種の手続きによっては、隔壁と2個の粒子からなるこの系に対して運動量の法則を今後適用していくことの可能性を自ら断念してしまっているのであり、したがって第二の粒子の振る舞いに関する予測に運動量というアイデアをあいまいさなく適用するための唯一の基盤が失われてしまっているのである。」

ここで粒子1から土台に運動量に移ることができるのは、粒子1がスリットを通過したときだけである。粒子1の位置測定は粒子1に予期することができない運動量を与えてしまうが、このとき粒子1と隔壁はもはや相互作用していないから、隔壁を通して土台にこの運動量に移ると考えることはできない。従って隔壁が土台にしっかりと固定してあるので、この運動量は土台に吸い上げられてしまい、これ以後二つの粒子と隔壁に対して運動量の保存則を適用することはできない。このようにBohrは主張していると考えて間違いないであろう。

逆に、もしも運動量 $p_1$ を測定する方を選んだときには、「この測定に関連して不可避免的に

3

生じる制御不可能な変位が粒子1の振る舞いから装置の残余の部分に相対的なこの隔壁の位置付けを演繹する可能性を全く閉め出し、その結果  $x_2$  についての予測に対するいかなる基礎もわれわれに残されない」と Bohr はいつている。ここで粒子1の運動量の測定値  $p_1$  から粒子2の運動量  $p_2$  を予言できるような実験装置を用いたときには、粒子1の位置を測定しても、その測定値から粒子2の位置を演繹することはできない理由について述べているが、Bohr が何をいいたいのか明確ではない。粒子の位置の相関を作り出したのが、隔壁のスリットの位置関係なので、Bohr の頭の中では、「粒子1の位置の測定→隔壁の位置の確認→粒子2の位置の予測」と進んでいると思われる。この文章に典型的に現れているように、Bohr は余りにも慎重でまわりくどい言い方をしているので、その内容がぼやけてしまって、その意味があいまいになっている。

ここで上の Bohr の陳述に対して二つの解釈が可能である。最初の解釈は、運動量を予測できるような装置では、位置の予測の場合と違い、隔壁を自由に動けるようにしておかなければならないが、そうすると空間的な基準枠である土台からみた隔壁の位置の不確定さが大きくなってしまい、そのために粒子2の位置が予測できなくなるという考えである。(図1Aを参照。) もう一つの解釈は、粒子1の運動量測定が引き起こした擾乱が、粒子1の位置の不確定さを大きくしてしまい、このことが粒子1の位置測定から粒子2の位置を予測できなくしているとの考えである。<sup>註3</sup>

このような分析を通して、「いまや、EPRの物理的実在性の判定基準にある『いかなる仕方においても系に擾乱を与えることなしに』という表現の意味に関して、ある種のあいまいさを含んでいることがわかる。もちろん、たった今考察した場合では、粒子2に対して力学的な擾乱が加えられていないことに疑問の余地はないが、しかしこの段階においてさえ、系の未来の振る舞いに関する予測の可能なタイプを定義する諸条件そのものにたいする影響の問題が本質的には存在しているのである。この種の実験上の手続きに関する諸条件が、それに対して『物理的実在』という用語を正しく付与できるような現象についての記述の一つの固有の要素を構成するものである以上、量子力学的記述が本質的に不完全であるとのEPRの結論が正当化されないことは明らかである。実際、一見したところ相補的な物理量が同時に存在することが科学の基本原則と両立しないかのように見える新しい諸法則に対して、物理法則としての地位を与えているのは、もっぱら相補的な物理量のあいまいさのない定義を可能にする二つの実験手続きが相互排他的になるということのみによっているのである。」

以上が Bohr の反論の概要であるが、この反論が十分な説得力をもつためには、ここで Bohr がいつている『二個の相互排他的な実験的手続き』が具体的に何を指しているのか、まず明らかにされなければならない。さらに、粒子2に力学的な擾乱が加えられていないにもかかわらず、『(粒子2の) 系の未来の振る舞いに関する予測の可能なタイプを定義する諸条件そのものにたいする影響』が存在する理由が、物理的に考えて正当なものでなければならないであろう。しかし上で述べたように、この肝心なところがあいまいになっている。

4

Bohr がここで考察している『二個の相互排他的な実験的手続き』に対して、次の二つの場合が考えられる。

A) 隔壁が土台にしっかりと固定されているか、あるいはバネでつり下げてあって自由に動けるようになっていないかという『二個の相互排他的な実験的手続き』。(図1Aと1Bを参照。)

B) 隔壁をバネでつり下げて自由に動けるようにしておくが(図1Aを参照)、二つの粒子

がスリットを通過したあとに、粒子1の位置を測定する装置と運動量を測定する装置が、『二個の相互排他的な実験的手続き』と考える。

筆者は、隔壁を自由に動けるようにした装置で作られた二つの粒子の状態が、EPRの波動関数に対応しているので、Bの解釈のみが許されると考えるが、次の3章と4章でこの二つのケースを詳しく分析し、その妥当性について考察する。

### 3 隔壁の二つの相互排他的な条件

Einstein と Bohr の有名なダブルスリットの思考実験では、電子がどのスリットを通過したかを決定するために、二つのスリットを持った隔壁の運動量を測定する必要があった。しかしそのことが可能となるためには隔壁を自由に動けるようにしておく必要があり、また隔壁の運動量を前もって測定しておく、その位置の不確定さは大きくなってしまふという事情があった。そしてそのことが通過後の電子の振る舞いを変えてしまい、そのことによってスクリーン上の干渉縞は消えてしまった。このように隔壁にあるスリットのどちらを電子が通過したかを確かめる測定は、それ以後の電子の振る舞いに影響を与え、スクリーンでの電子の位置測定の結果に現れる波動性を消してしまふ。干渉縞が現れるようにするためには、隔壁を土台にしっかりと固定しなければならないが、そうすると電子がスリットを通過したときに隔壁に与えられる運動量は土台に吸い上げられてしまい、どのスリットを電子が通過したかを決定できなくなってしまう。

このようにダブルスリットの実験では、スリット通過後の電子の振る舞いに、波動性が現れたり消えたりしているが、このことは隔壁が土台にしっかりと固定されているか、あるいはバネでつり下げてあって自由に動けるようになってきているかという『二個の相互排他的な実験的手続き』に依存しているから、パラドックスではない。電子がスリットを通過する前にある確定した状態にあったとしても、それがその後相互作用をする隔壁がどのような状態にあるかによって、その後の電子の振る舞いが違ってくるのは当然のことであるから。このように、ダブルスリットの思考実験に対する Bohr の説明は、非常に説得力がある。

上の場合と同じように、ここで問題になっている二粒子の相関係の場合も、もし隔壁の二つの相互排他的な条件が、粒子2の位置や運動量を決定する際に決定的な影響を与えているならば、Bohrの解釈は正しく、EPRに対する正当な反論になる。

Bohrの反論に対して de Broglie がこのような解釈をしている。同じ解釈を谷川がEPR論文の訳者注でしているので、それをここに紹介する。<sup>(5)</sup>

Bohr は位置および運動量という二通りの可能な測定は、異なる実験配置に対応することに気づいた。粒子1の位置の測定によって粒子2の位置が決定できるためには、隔壁の位置を空間座標の確定に用いられる土台にしっかりと固定していなければならない(図1Bを参照)。この装置を使えば、粒子1がスリット1(その位置は $x_1$ )を通過したとき、粒子2はスリット2(その位置は $x_2 = x_1 + L$ )を通過する。だが、隔壁は土台にしっかりと固定されていて、隔壁が二つの粒子から受け取る運動量を完全に吸い上げてしまうので、運動量に関する知識はすっかり失われてしまう。逆に、粒子1の運動量を測定して粒子2の運動量を決定するためには、隔壁が動けるようにしておかなければならない(図1Aを参照)。またスリットを通過する前に隔壁の運動量を正確に測定しておく必要があるが、そうすると、不確定性

原理のために、隔壁の位置が正確に決まらなくなってしまうので、その結果スリットの位置も正確に決まらない。粒子が通過後の隔壁のX軸方向の運動量の変化を $\Delta K$ とすると、通過前の二つの粒子の運動量の和が0であるから、通過後の粒子2の運動量 $p_2 = \Delta K - p_1$ である。したがって粒子1の運動量を測定することによって、粒子2の運動量を決定することができる。しかし、この実験ではスリットの位置が不確定になっているのだから、粒子2の位置も不確定である。こうしてBohrは次のような結論に達した。この問題を考えるには、実験装置の細部をすべて正確に指示することが必要である。なぜなら、実際に測定をおこなうには、装置はわれわれがなそうとしている二つの測定に適した構造をもたなければならないからである。

2章で紹介したBohrの位置測定の陳述は、この解釈を明らかに示唆しているし、また運動量測定の箇所もこのように解釈することが可能である。Bohrの反論を注意深く読むと、反論をかいた段階では、Bohrはこのように考えていたと推測するのが妥当であろうと思われる。

しかしこの解釈は、次の二つの理由から間違っている。最初の理由は、隔壁を土台にしっかりと固定した装置で作られた二粒子の状態は、EPRの波動関数がもっている位置の相関をもっていないことである。このとき粒子1は位置が $x_1$ である状態、粒子2は位置が $x_2 = x_1 + L$ である状態にあり、それ以外の位置に粒子が存在している確率は0であり、二つの粒子の間に相関はない。従ってこの場合、古典力学の場合のように二つの粒子はそれぞれ独立の实在であって、EPRの反論にこの装置を用いることは適切ではない。また上で述べている二番目の隔壁の条件、すなわち隔壁を動けるようにしておく場合でも、隔壁は剛体でできていて、二つのスリットの相対的な位置関係は、隔壁の重心の位置の不確定さによらないで決まっているから、粒子1の位置の測定結果から、粒子2の位置を予測することはできる。確かにこの実験装置ではスリットの位置が不確定になっているから、粒子2の位置も不確定であるが、そうであっても、粒子1の位置測定の結果から粒子2の位置を予測することはできる。

従ってEPRの問題の場合には、隔壁の二つの相補的な条件は、粒子2の位置や運動量を決定する際に重要な役割を果たしていない。

#### 4 粒子1を測定する装置の相互排他性

ここで2章の最後に述べた解釈Bについて考察する。それは、隔壁は自由に動けるようにしておくが、二つの粒子がスリットを通過したあと、粒子1に対する位置を測定する装置と運動量を測定する装置が『二個の相互排他的な実験的手続き』であるとの解釈である(図1Aを参照)。2章で紹介したBohrの運動量測定に関する陳述は、このような考えから理解することもできる。隔壁を自由に動けるようにして作った二粒子系の状態が、EPRの波動関数が記述している状態に相当しているので、筆者はこの解釈のみが許されると考える。

Bohrが反論を口述したとき、Bohrの相手になってその内容を筆記したRosenfeltが、この解釈をしているので、ここで紹介する。<sup>(6)</sup>ただし2本のスリットを備えた隔壁の装置は、念頭にはないようである。

「二つの粒子の場合、第一の粒子についておこなわれる測定が、他の粒子に直接的な物理的擾乱を引き起こさないということは正しい。しかし、それはわれわれが第二の粒子につい

ておこなうことができる立証可能な陳述に、根本的な影響を及ぼす。第一の粒子におこなう測定は、それぞれ異なった『現象』を定義する。われわれは第一に、測定をおこなわない限り、われわれはこの相関を全く制御することができない、ということを理解しなくてはならない。

もしわれわれが第一の粒子の位置を測定するならば、二個の粒子の位置の相関が他の粒子がどこにあるかを知るために役立つ。しかしこのとき、われわれは粒子の運動量の中の相関を利用することができない。なぜなら(不確定性関係によってあらわされるように)われわれは、第一の粒子の位置を測定することによって、もはやその粒子の運動量を制御できなくなったからである。このような測定においては、粒子と装置との間の未知の運動量交換が起こるのを避けることができない。もしわれわれが第一の粒子の運動量を観測するならば、逆のことが起る。すなわち、われわれは、運動量の相関を制御できるが、位置の相関についてはもはや制御できない。この二つの測定によって定義される現象は相補的である。それらは決して、与えられた二つの粒子の単一の系に密着した記述として統合されることはできない。」

ここには、「粒子1の位置と運動量を同時に測定できれば、 $x_2$ と $p_2$ を同時に予言できる。しかし粒子1の位置と運動量を測定する装置は相互に排他的なので、同時に実行することはできない。EPRのように同時に実行できない二つの実験の結果から、量子力学的記述が不完全であるとの結論を出しても、それは正当化されない」との考えがあるが、この考えの奥にあるのは、擾乱の思想である。またこの説明では、粒子1の位置測定によって粒子1の運動量に未知の運動量交換が起こるから、そのあと粒子1の運動量を測定しても、粒子2の運動量の値を予言することはできないとだけいっているだけで、粒子1に対する測定が、なぜ遠く離れた粒子2の属性に影響を与えるのかという理由は依然として謎のままである。あるいは粒子2の属性はまったく影響を受けないと考えているのであろうか。したがってこのような考えは、論文の最後に次のようにかいたEPRを納得させることはできないであろう：

「二つまたはそれ以上の物理量が、それらが同時に測定できるか、または予言できるとき、そのときに限って同時的な実在の要素であると思ふことができるという主張をするならば、われわれの上の結論には到達しないであろう。なぜならば、この場合予言できるのは $p_2$ か $q_2$ のいずれかであるので、 $p_2$ と $q_2$ の両方が同時に実在することはできないからである。しかしこのときには、第二の系の位置と運動量の実在性を第二の系を決して擾乱しないようにおこなわれた第一の系に対する測定に依存させることになる。そのような実在の定義を認めることは到底できない。」<sup>(2)</sup>

また第一の粒子の位置を測定することによって、われわれが粒子の運動量の中の相関を利用することができなくなるのは、Rosenfeltがいうように「もはやその粒子の運動量を制御できなくなったから」ではなく、粒子1の位置測定が粒子1と2の相関を消してしまうことが本質的である。なぜ相関は消滅したのか。このことを理解するには、Bohrが避けた実在の問題に触れなければならないと思う。6章と7章でこのことを明らかにする。

## 5 シングルスリットの相関系

Bohrは、雑誌『Physical Review』に投稿したEPRに対する反論では、2章から4章で論じたダブルスリットをもった隔壁を考察したが、それから14年後に発表した『原子物理学

における認識論的諸問題に関する Einstein との討論』のなかでEPRの問題に言及したときには、次のシングルスリットの隔壁を考察している。(7)

そこでは2章の最後に述べた解釈Bの立場を明確に述べている。すなわち隔壁は自由に動けるようにしておくが、今度の場合はスリットは一つなので二つの場合より問題は簡単になり、一つの粒子がスリットを通過したあと、隔壁の位置あるいは運動量の測定によって、通過直後の粒子の位置あるいは運動量を予測している。このようにこの場合には、粒子1が隔壁、粒子2がスリットを通過した粒子に対応している。

ここで話を簡単にするために、粒子がスリットを通過する前の隔壁の運動量を  $p_1 = 0$  とする。粒子が隔壁を通過したあとに、隔壁の位置を測定するかあるいは隔壁の運動量を測定するかを選択が原理的にわれわれにまかせられていて、いずれの場合にしても、それによって問題の粒子についておこなわれる今後の観測に関する予測が可能になると、Bohr はいつている。すなわち隔壁の運動量の不確定さ  $\delta p_1$  は0であるので、隔壁の運動量を測定すれば、粒子の運動量の不確定さ  $\delta p_2$  は0ではないが、粒子の運動量が予言できる。あるいは隔壁の位置を測定すれば、粒子の位置の不確定さ  $\delta x_2$  は0ではないが、隔壁の重心の位置とスリットの距離を  $L$  とすると、粒子の位置を  $x_2 = x_1 + L$  と予言できる。しかし隔壁の位置を測定する装置と運動量を測定する装置が『二個の相互排他的な実験的手続き』であるために、同時に二つの測定を実行できないことが肝心の点であると Bohr は述べている。

しかしこのような説明では、前章の最後に論じたように、EPRを納得させることはできないであろう。Bohrは、「私の言いたかったことは、対象自体の振舞いと測定装置と対象の相互作用との間の区別が明確にされえないような現象を取り扱う場合、対象の物理的属性を根拠にした議論に含まれてこざるをえない本質的なあいまいさを明らかにすることにあつたのである」といつているが、二粒子相関係のパラドックスは、Bohrのこの論理では、説明がつかないように思われる。

次にシングルスリットの別の考察を述べる。上の考察では、隔壁の運動量の不確定さ  $\delta p_1$  が0のとき、粒子がスリットを通過した直後に、隔壁の位置を測定すれば粒子の位置を予言することができると思つたが (Bohrは実際そう考へている)、これは正しくないと思ふ。なぜならばこのとき隔壁の位置の不確定さ  $\delta x_1$  が大きいので、粒子がスリットを通過する確率が非常に小さくなってしまふからである。従つてこのときたとえ隔壁の位置の測定から、スリットの位置を予測したとしても、実際にその位置に粒子があるとはいへない。粒子がスリットを確実に通過しなければ、隔壁の位置測定から確実に粒子の位置を予測することはできないが、そのための条件は、スリットの幅を  $d$  とし、通過前の粒子の位置の不確定さを  $\delta x_2$  として、

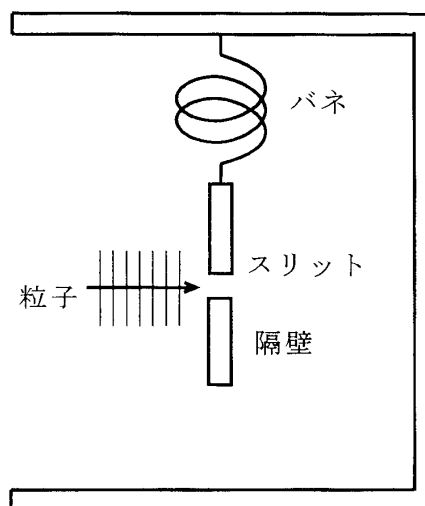


図2：シングルスリットの隔壁  
(自由に動けるようにしたもの)



$$\delta x_2 < d \quad \text{かつ} \quad \delta x_1 \ll d \quad (2)$$

である。ここでスリットを通過後の粒子の運動量は少なくとも  $\delta p_2 \approx h/d$  程度の不確定さをもつので、隔壁の運動量を測定することによって通過後の粒子の運動量を決定するためには、隔壁の運動量の不確定さは粒子の運動量の不確定さよりはるかに小さいという条件

$$\delta p_1 \ll \delta p_2 \approx h/d \quad (3)$$

が必要である。

しかし上の二つの不等式から  $\delta p_1 \delta x_1 \ll (h/d)d = h$  となり、Heisenbergの不確定性関係に矛盾してしまう。このことは粒子がスリットを確実に通過するための条件と、隔壁の運動量を測定することによって粒子の運動量を予言するための条件が両立しないことを示している。<sup>註4</sup> 前の説明では隔壁の運動量と位置を測定する装置が相互排他的であることが制限になっていたことと比較すると、これは満足のいく説明になっている。

しかしここで論じた問題は3章で論じた問題と同じであり、EPRが問題にした二粒子相関とは違う問題である。

## 6 量子力学の理論形式の適用

これまでの考察で、粒子1の位置測定のために二つの粒子の運動量の相関を利用することができなくなるのは、擾乱により粒子1の運動量をコントロールできなくなったからではなく、二つの粒子の相関が消滅したことが原因であると述べた。このことを量子力学の理論形式を用いて確認してみよう。

EPRが与えた波動関数を用いてもよいが、ここでは前論文<sup>(1)</sup>で導入した波動関数を用いる。それは、相対運動と重心運動を記述する波動関数の積で与えられた：

$$\Psi(x_1, x_2) = f(x)g(X), \quad (4)$$

$$f(x) = [2\pi(\delta x)^2]^{-1/4} \exp\{-(x+x_0)^2/4(\delta x)^2\}, \quad (5)$$

$$g(X) = [2\pi(\delta X)^2]^{-1/4} \exp\{-X^2/4(\delta X)^2\}. \quad (6)$$

ここで相対座標  $x = x_1 - x_2$  と重心の座標  $X = (x_1 + x_2)/2$  を導入した。また波束の拡がりを表すパラメータが条件

$$\delta x \rightarrow 0, \quad \delta X \rightarrow \infty \quad (7)$$

を満たすとき、式(4)の波動関数はEPRの波動関数に一致した。

二粒子がこのような状態にあるとき、粒子1の位置を精度  $d$  で測定して値  $\xi$  を得たとすると、測定後の波動関数は量子力学の原理から、

$$\Psi_f(x_1, x_2) = \langle x_1, x_2 | wp(\xi, d) \rangle \langle wp(\xi, d) | \Psi \rangle \quad (8)$$

になる。注5 ここで

$$\langle x_1 | wp(\xi, d) \rangle = [2\pi d^2]^{-1/4} \exp\{-(x_1 - \xi)^2/4d^2\}, \quad (9)$$

であり、これは中心が $\xi$ で幅が $d$ の波束を表わしている。またいまの場合、式(7)から次の条件式が成立する。

$$\delta x \ll d \ll \delta X. \quad (10)$$

従って、

$$\Psi_f(x_1, x_2) = \int \langle x_1 | wp(\xi, d) \rangle \langle wp(\xi, d) | x_1' \rangle dx_1' \langle x_1', x_2 | \Psi \rangle \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \approx & [2\pi(\delta X)^2]^{-1/4} \exp\{-(\xi + x_0/2)^2/4(\delta X)^2\} [2\pi d^2]^{-1/4} \exp\{-(x_1 - \xi)^2/4d^2\} \\ & \times [2\pi d^2]^{-1/4} \exp\{-(x_2 - x_0 - \xi)^2/4d^2\} \quad (12) \end{aligned}$$

ここで条件(10)を用いて、波束 $[2\pi(\delta x)^2]^{-1/4} \exp\{-(x_1' - x_2 + x_0)^2/4(\delta x)^2\}$ を $\delta$ 関数 $\delta(x_1' - x_2 + x_0)$ で置き換えて上の積分をおこなった。得られた結果は粒子1の波束を表わす $[2\pi d^2]^{-1/4} \exp\{-(x_1 - \xi)^2/4d^2\}$ と粒子2の波束を表わす $[2\pi d^2]^{-1/4} \exp\{-(x_2 - x_0 - \xi)^2/4d^2\}$ の積になっていて、測定の結果二つの粒子の相関が消えていることがわかる。また、このとき粒子2の位置を測定すれば精度 $d$ で値 $\xi + x_0$ を得ることがわかる。これ以外の値をとる確率は非常に低い。また $\xi$ の値は、 $\xi = -x_0/2 \pm \delta X$ の範囲内にある確率が高い。EPRの場合には $\delta X$ が無限大の場合に相当しているのので、このとき $\xi$ が任意の実数をとる確率は同じになる。

同じEPRの波動関数を用いて、今度は粒子1の運動量を測定する場合を考える。式(4)の波動関数を運動量表示の波動関数に変換すると、

$$\Phi(p_1, p_2) = F(p)G(P), \quad (13)$$

ここで $F(p)$ ,  $G(P)$ はそれぞれ $f(x)$ ,  $g(X)$ のフーリエ変換であり、

$$F(p) = [2\pi(\delta p)^2]^{-1/4} \exp\{-p^2/4(\delta p)^2\} \exp\left\{\frac{ipx_0}{\hbar}\right\}, \quad (14)$$

$$10 \quad G(P) = [2\pi(\delta P)^2]^{-1/4} \exp\{-P^2/4(\delta P)^2\}, \quad (15)$$

である。ここで $p = (p_1 - p_2)/2$ ,  $P = p_1 + p_2$ であり、それぞれ相対運動の運動量、重心の運動量を表わしている。また波束の拡がりを表すパラメータが

$$\delta p \rightarrow \infty, \delta P \rightarrow 0 \quad (16)$$

のとき、式(13)の波動関数はEPRの波動関数に一致する。

このとき、粒子1の運動量を精度 $e$ で測定して値 $\eta$ を得たとすると、測定後の波動関数は

$$\Phi_f(p_1, p_2) = \langle p_1, p_2 | wp(\eta, e) \rangle \langle wp(\eta, e) | \Phi \rangle \quad (17)$$

になる。ここで

$$\langle p_1 | wp(\eta, e) \rangle = [2\pi e^2]^{-1/4} \exp\{-(p_1 - \eta)^2/4e^2\}, \quad (18)$$

であり、これは中心が $\eta$ で幅が $e$ の波束を表わしている。またいまの場合、式(16)から次の条件式が成立する。

$$\delta P \ll e \ll \delta p. \quad (19)$$

従って、

$$\Phi_f(x_1, x_2) = \int \langle p_1 | wp(\eta, e) \rangle \langle wp(\eta, e) | p_1' \rangle dp_1' \langle p_1', p_2 | \Phi \rangle \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &\approx [2\pi(\delta p)^2]^{-1/4} \exp\{-\eta^2/4(\delta p)^2\} \exp\left\{\frac{i2\eta x_0}{\hbar}\right\} [2\pi e^2]^{-1/4} \exp\{-(p_1 - \eta)^2/4e^2\} \\ &\quad \times [2\pi e^2]^{-1/4} \exp\{-(p_2 + \eta)^2/4e^2\}. \quad (21) \end{aligned}$$

ここで条件(19)を用いて、波束 $[2\pi(\delta P)^2]^{-1/4} \exp\{-(p_1' + p_2)^2/4(\delta P)^2\}$ を $\delta(p_1' + p_2)$ で置き換えて上の積分をおこなった。位置の測定の場合と同じように、得られた結果は粒子1の波束を表わす $[2\pi e^2]^{-1/4} \exp\{-(p_1 - \eta)^2/4e^2\}$ と粒子2の波束を表わす $[2\pi e^2]^{-1/4} \exp\{-(p_2 + \eta)^2/4e^2\}$ の積になっていて、この場合も測定の結果二つの粒子の相関が消えていることがわかる。また、このとき粒子2の位置を測定すれば精度 $e$ で値 $-\eta$ を得ることがわかる。

次に粒子1の位置を精度 $d$ で測定し値 $\xi$ を得た後、粒子1の運動量を精度 $e$ で測定するとどのような結果になるであろうか。上で述べたように、最初の位置の測定で二つの粒子の相関は消えてしまうので、次の粒子1の運動量の測定では粒子2の状態は影響を受けないで、粒子2の波動関数は変わらない。従って全体の波動関数は

$$\text{constant} \times [2\pi e^2]^{-1/4} \exp\{-(p_1 - \eta)^2/4e^2\} [2\pi d^2]^{-1/4} \exp\{-(x_2 - x_0 - \xi)^2/4d^2\} \quad (22)$$

となる。ここで粒子1の状態は運動量表示で、粒子2は位置座標表示で表わしている。従って、このとき粒子1の運動量の測定結果が $p_1 = \eta$ だから、粒子2の運動量が $p_2 = -\eta$ であると予言することはできない。実際に $d$ の値が小さいとき、粒子2の運動量がどのような測定結果を出すか、まったく予言することはできないのである。粒子1の運動量を測定してから、更に粒子1の位置を測定した場合も、上で述べた結果と同様である。すなわち最初の運動量の測定で二つの粒子の相関は消えるので、次の位置の測定では粒子2の状態は影響を受

けない。従って、このとき粒子1の位置の測定結果から、粒子2の位置の値を予想することはできない。

以上の考察から、粒子1の位置（運動量）測定の後、二つの粒子の運動量（位置）の相関が利用できないのは、擾乱により粒子1の運動量（位置）をコントロールできなくなったからではなく、二つの粒子の相関が消滅したことが原因であることがわかる。

### 7 量子力学における実在

M. Jammerは、「BohrはEPRによって提唱された物理的実在の認識論的な判定基準をしりぞけて彼の立場を防衛することに成功したが、それは観測の対象と測定装置は分析不可能な一体をなしているという根拠に基づくものであった」と指摘し、「EPRによる量子力学的記述は完全かという挑戦は、このようにして（量子現象の）全体性という特徴的な側面のおかげで救われた」と述べている。<sup>(8)</sup> しかしこれまでの議論から、二粒子系の状態がどうなっているかという認識をぬきにして、EPRのパラドックスを解決することはできないと思われる。対象と測定装置は分析不可能な一体をなしているというBohrの哲学では、このような状態概念を説明することはできないから、EPRが提出した問題を解決することはできないと思われる。<sup>注6</sup> このことを以下に明らかにしたい。

EPRの波動関数は位置座標表示では、

$$\Psi(x_1, x_2) = \int d\xi \delta(x_1 - \xi) \delta(x_2 - \xi - x_0) \quad (23)$$

と変形することができるが、これは図3に示すように、粒子1の波  $\delta(x_1 - \xi)$  (これは粒子1が  $x_1 = \xi$  にある状態を表している) と粒子2の波  $\delta(x_2 - \xi - x_0)$  (これは粒子2が  $x_2 = \xi + x_0$  にある状態を表している) の積の重ね合わせになっていて、二粒子に位置の相関があることを示している。

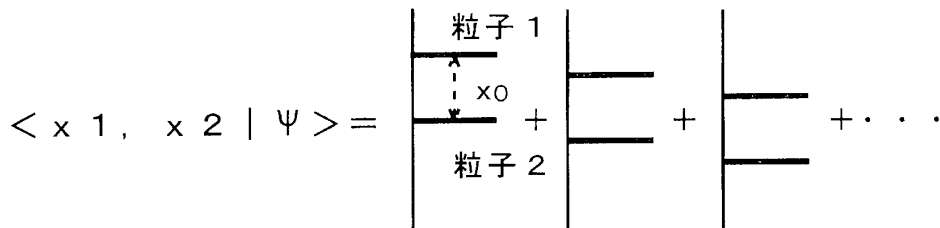


図3：ペアになった二粒子状態の重ね合わせ

運動量表示では、

$$12 \quad \Phi(p_1, p_2) = \int d\eta \delta(p_1 - \eta) \delta(p_2 + \eta) \quad (24)$$

と変形することができるが、これは粒子1の波  $\delta(p_1 - \eta)$  (これは粒子1の運動量  $p_1 = \eta$  である状態を表している) と粒子2の波  $\delta(p_2 + \eta)$  (これは粒子2の運動量  $p_2 = -\eta$  である状態を表している) の積の重ね合わせになっていて、二粒子に運動量の相関があることを示している。

ここで粒子1の位置測定を選択すると、いまの場合、式(23)の全系の波動関数はいろいろな値をもった二粒子系の状態の和(積分)になっているので、それぞれの状態において、粒子1と粒子2は勝手な状態をとることが許されず、粒子1は $x_1 = \xi$ に粒子2は $x_2 = \xi + x_0$ に存在している状態だけが許されている。観測とはこれらの項のうちの一つだけを選び出す行為であって、この選ばれた状態では粒子1は $x_1 = \xi$ に粒子2は $x_2 = \xi + x_0$ に存在していなければならない。したがって粒子1の位置を測定して値 $\xi$ を得れば、当然のこととして、このとき粒子2の位置を測定すれば値 $\xi + x_0$ を得ると予言できるわけである。

粒子1の物理量を測定するためには、粒子1と測定装置を相互作用させなければならない。このとき古典的な概念では装置と相互作用しているのは粒子1だけであるが、量子力学的にはそのときペアになった状態である二粒子状態と相互作用している。すなわち、EPRは相互作用後の二つの粒子をそれぞれ独立な実在とみなしていたが、量子力学では相関のある二つの粒子をそれぞれ独立の実在と考えることは許されない。しかし二つの粒子に相関がなければ、それらをそれぞれ独立の実在と考えてよい。このとき全系の波動関数は二つの粒子の波動関数の積になる。このように量子力学における二粒子系の状態概念は、二つの粒子の状態を独立なもののみならず古典的な状態概念の拡張になっている。

Einsteinの『二つの粒子の間に働くなんとも奇妙な遠隔作用』という考えも、相関のある二つの粒子に対して、相互作用のあとの二つの粒子は独立の存在であるという古典的実在の概念を、適用していることから生じていることは明らかである。量子力学的な状態概念を認めれば、Einsteinが主張しているように、粒子1に対する観測が原因となって奇妙な遠隔作用が働き、粒子2の状態を変えたわけではないことがわかる。他方でBohrの解答は、EPRの「粒子1に対する測定が遠く離れた粒子2の状態に擾乱を与えることができないにもかかわらず、なぜ『(粒子2の)系の未来の振る舞いに関する予測の可能なタイプを定義する諸条件そのものに対する影響』を与えるのか」という疑問に答えていない。単に粒子1に対する二つの測定装置(位置の測定と運動量の測定をおこなう装置)が相互に排他的であって、同時実行することができないから、このことはパラドックスではないというだけでは説得力のある説明とはいえない。確かにBohrのいうように、粒子1に対する測定が、粒子2に力学的に擾乱を与えているわけではないが、(粒子2の位置を予測できるのか、運動量を予測できるのかという)粒子2の未来の振る舞いに関する予測の可能なタイプを定義する諸条件そのものに対して影響を与えている。しかしそのことが可能なのは二粒子系の実在の様式のためであって、このことによって粒子1に対する測定が、二粒子系の重ねあわせの状態のなかから一つの状態を選び出すことを可能にし、そのことを通して粒子2の状態に影響を与えている。Bohrのように、このような実在の新しい様式について説明することなく、単に外側から測定装置の相互排他性を根拠にEinsteinの批判をかわしても、到底Einsteinを納得させることはできない。

あるいは次のようにいえるかもしれない。BohrはEPRの提起した実在の問題を、認識の問題のすりかえた。測定装置の諸条件を特定しなければ、実在の要素についてのあいまいさのない言明をすることができないことは事実だとしても、特に二粒子の相関係の場合に、なぜそうなのかについて、量子力学的状態概念から説明しなければならなかった。

Bohrの論拠は二粒子の相関係の場合には、十分な説得力をもたないと思う。新しい量子力学的実在の様式を明らかにすることによってはじめてこの問題は解決できる。

注

注1：有限で制御不能の相互作用が量子力学のパラドックスの原因になっているという Bohr の考えは本当に正しいのであろうか。系の状態が重ね合わせの状態として与えられることがさまざまなパラドックスの原因であると筆者は考えるが、それが有限で制御不能の相互作用の反映とは考えられない。また対象系と測定装置系との間の相互作用の過程は、Schrödinger 方程式で正確に記述できて、そこにはあいまいさもランダム性もない。

注2：隔壁のことを指すと思われる。

注3：後で明らかになるように、粒子がスリットを通過した直後には、粒子1と2の間には位置の相関があるが、粒子1の運動量を測定した後では、これらの相関がなくなってしまうことが本質的である。

注4：このようなことが生じる理由として、次のことが考えられる。EPRが論文で述べているように、最初離れていた二つの粒子が近づいて相互作用すると、二つの粒子に相関ができるが、その相関は EPR の波動関数が示すようなものではない。EPR が述べているような方法では、あの波動関数は作れないと筆者は考えている。このことは、ここで考察している実験手続きにもあてはまる。このことに Einstein も Bohr も気づいていないようである。つまり粒子2の位置と運動量の両方を予言できるような相関を作るには、最初から二つの粒子は一体になっていなければならない。したがって Bohr がここで考案した装置では、一つのスリットの代わりに粒子発生装置を備えつけておかなければならない。

注5：理想測定の場合にこうなる。

注6:1938年3月のワルシャワでの講演『原子物理学における因果問題』において、Bohr は「量子力学によれば、はっきり定義された『状態』という概念は、それまで接触していた補助物体（粒子1のこと）から分離された対象（粒子2のこと）にかんしては、その状態の定義に含められる外的条件が補助物体のその後の適切な制御により一義的に定められるまでのあいだは、使用しえないのである」と述べている。

参考文献

- (1) 小杉誠司, 淑徳短期大学紀要第39号, 2000, p7-20.
- (2) A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Physical Review* 47 (1935), p777-780.
- (3) ローゼンタール編, 豊田利幸訳, 『ニールス・ボーア』, 岩波書店, 1983, p155.
- (4) N. Bohr, *Physical Review* 48 (1935), p696-702.
- (5) 湯川秀樹監修, 『アインシュタイン選集1』, 共立出版, 1971, p193.
- (6) ローゼンタール編, 豊田利幸訳, 『ニールス・ボーア』, 岩波書店, 1983, p156.
- (7) N. Bohr, "Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics", *Albert Einstein:Philosopher-Scientist*, The Library of Living Philosophers, Inc., Evanston, Illinois, vol. 7, 1949, p199. "原子物理学における認識論的諸問題に関するアインシュタインとの討論", 井上健訳, 『原子理論と自然記述』, みすず書房, 1990, p227.
- (8) M. Jammer, "The Philosophy of Quantum Mechanics-The Interpretations of Quantum Mechanics in Historical Perspective" John Wiley & Sons, Inc., New York, 1974. 井上健訳, 『量子力学の哲学 上』, 紀伊国屋書店, 1983, p229.