

ダブルスリットの実験 I

小 杉 誠 司

(2001年9月30日受理)

【キーワード】 波動性, 粒子性, 二重性, 干渉, 相補性原理

1. はじめに

Newtonは光は粒子からなると考えていた。しかしその後19世紀になると, YoungやFresnelによる光の干渉や回折現象の研究から, 光は波動と考えられるようになった。さらに20世紀のはじめに, Einsteinが光電効果の研究から光は粒子としての性質をもつことを発見した。19世紀の末に陰極線の研究によって発見された電子は, 粒子であると最初考えられていたが, 波動性をもつことがde Broglieの物質波の理論によって予想され, その後実験的に確認された。現在では微視的な対象のあらゆる現象は, 粒子性と波動性の二重性をもつと考えられている。しかし古典物理学では, 同一の対象が粒子性と波動性を同時にもつと考えることはできないので, 量子現象のこの二重性を理解することは長い間難しかった。

このような粒子性と波動性のミステリーは, 有名なダブルスリットの実験において顕著に現われている。実際この実験では, 写真乾板上に干渉像を生じるのは入射電子の波動的な本性に依るものであると考えられるし, あるいは電子がどちらのスリットを通り抜けて来たのかが何らかの実験装置によってわかれば, それは入射電子の粒子的な本性を示すものと考えられる。BohrはEinsteinとの討論を通して, 電子の経路を追跡する実験装置と干渉効果を観測する実験装置は, 互いに相補的な設定になっていることに気づいた。それ以来, ダブルスリットの回折実験は, 波動-粒子の二重性と相補的なオブザーバブルを同時に測定することが不可能であることを具体的に示す標準的な範例となっている。R.P. Feynmanはずっと後になって次のようにいっている: 「このダブルスリットの実験は量子力学の核心がその中にそなわっている現象であり, いかなる古典的なやり方によっても説明できないものである。実際, それはミステリー以外の何ものでもない。その考えがうまくゆく理由を説明することにより, そのミステリーをなくしてしまうことはできない。ただ, その考え方がどのようにうまくゆくかを述べるだけである。」⁽¹⁾

1

本論文では、ダブルスリットの実験について考察する。最初に、Einsteinがこの実験を用いて提出した問題に対するBohrの回答について検討する。次に電子がやって来たかどうかを判定する装置としていろいろな装置を提案し、それぞれの場合において干渉縞ができるための条件と電子の軌道を決定できるための条件を調べる。3章では、スリットのところに1個の原子を置き、その原子への運動量移行を測定することによって、電子の軌道を決定する装置について検討する。次に1個の原子ではなく N 個の原子を置いた場合について考察する。5章では、3章で考案した実験装置において電子が原子と非弾性散乱を起こす場合について調べる。最後に6章では、電子が原子と非弾性散乱を起こすが、電子が入射して来る方向と出ていく方向が同じになるような装置について考える。

いずれの場合も、干渉縞ができるための条件と電子の軌道を決定できるための条件が相反関係にあることが示される。すなわち電子の軌道がわかるように装置を設定すると、写真乾板上の電子の干渉縞は消えてしまう。また干渉縞が観測されるように装置を設定すると、電子の軌道はわからなくなってしまう。最後の7章でこれまでのまとめをおこない、さらにダブルスリットの実験における粒子性と波動性について改めて考察する。

2. Bohrの回答

図1に示されている有名なYoungによる光の干渉実験では、写真乾板上に干渉パターンが観測される。光の代わりに電子を用いても同じように干渉縞が出現する。古典物理では干渉縞は上のスリットと下のスリットを通過した二つの波の干渉で生じると説明されているから、電子は上のスリットと下のスリットを同時に通過していると考えられる。

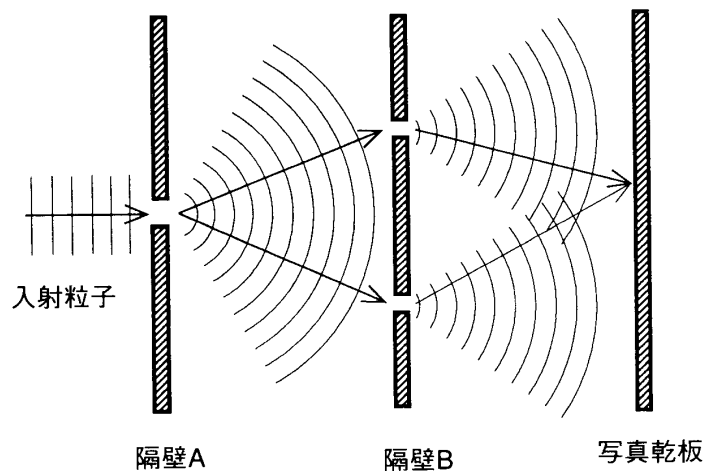


図1：隔壁Bを固定したダブルスリットの実験装置

ところで、電子が隔壁Bの上のスリットを通過したときと下のスリットを通過したときでは、電子による隔壁Bへの運動量の移行は違ってくる。例えば電子が下のスリットP₂を通過して写真乾板上の点Qに到着した場合には、隔壁Bは全体として下の方に反跳を受けるはずである。反対に上のスリットP₁を通過したときには、上の方に反跳を受ける。このことからEinsteinは、隔壁Bの運動量移行を測定することによって、電子が隔壁Bの二つのスリットのどちらを通過したのかを決定することが可能になると提案した。しかし電子が二つのスリットを同時に通過しなければ干渉縞は出現しないことを考えると、このことは明らかにパラドックスである。

Bohrはこの問題を詳細に検討し、Einsteinが提案した運動量移行の測定は隔壁Bの位置の知識に不確定さをもたらし、そのために干渉縞が消えてしまうことを示した。⁽²⁾ このことを以下に示す。^{注1}

まず、図1のように隔壁Bが基準系に固定されているときには、隔壁Bに移行した運動量を測定できないから、隔壁Bを弱いバネで吊り下げて動けるようにする。このとき隔壁Bは垂直方向の位置の不確定さδYをもつとする。

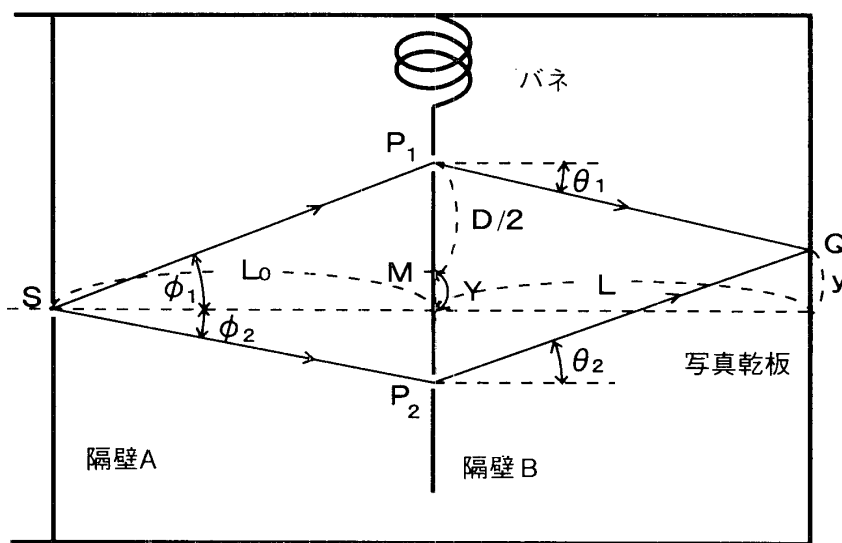


図2：隔壁Bを動けるようにしたダブルスリットの実験装置

電子が点Sから出発して写真乾板上の点Qに到着する場合、隔壁Bの上のスリットを通過した場合と下のスリットを通過した場合の位相差ΔSは

$$\Delta S = k \{ (\overline{SP_1} + \overline{P_1Q}) - (\overline{SP_2} + \overline{P_2Q}) \} \quad (1)$$

である。ここでkは入射電子の波数である。

ここで, $L_0, L \gg D$ を用いると^{注2}

$$\overline{SP_1} = \sqrt{L_0^2 + (D/2 + Y)^2} \simeq L_0 \{1 + (D/2 + Y)^2 / (2L_0^2)\}, \quad (2)$$

$$\overline{SP_2} = \sqrt{L_0^2 + (D/2 - Y)^2} \simeq L_0 \{1 + (D/2 - Y)^2 / (2L_0^2)\}, \quad (3)$$

$$\overline{P_1Q} = \sqrt{L^2 + (D/2 + Y - y)^2} \simeq L \{1 + (D/2 + Y - y)^2 / (2L^2)\}, \quad (4)$$

$$\overline{P_2Q} = \sqrt{L^2 + (D/2 - Y + y)^2} \simeq L \{1 + (D/2 - Y + y)^2 / (2L^2)\}. \quad (5)$$

こうして

$$\Delta S = kD \{1/(2L_0) + 1/(2L)\} Y - kDy/(2L) \quad (6)$$

を得る. この式より隔壁Bの位置Yには不確定さ δY があるため, 点Sから点Qへの位相差 ΔS にも $kD \{1/(2L_0) + 1/(2L)\} \delta Y$ 程度の不確定さがあることがわかる. これが1程度の大きさをもつと干渉縞が均されて消えてしまう. 従って写真乾板上に干渉縞ができるための条件は

$$kD\delta Y \{1/L_0 + 1/L\} \ll 1. \quad (7)$$

電子の波数 k と運動量 p との関係式 $p = \hbar k$, 及び隔壁Bの位置の不確定さ δY と運動量の不確定さ δP に対する不確定性関係式

$$\delta Y \delta P \simeq \hbar/2 \quad (8)$$

を用いると, 上の条件(7)は

$$pD \{1/L_0 + 1/L\} \ll \delta P/2 \quad (9)$$

となる.

4 次に電子がどちらのスリットを通過したのかを決定できるための条件を求める. 電子が上のスリットを通過したときy方向の電子の運動量変化 Δp_u は

$$\Delta p_u = -p \sin \theta_1 - p \sin \phi_1 \simeq -p(\theta_1 + \phi_1). \quad (10)$$

同様に電子が下のスリットを通過したときのy方向の電子の運動量変化 Δp_d は

$$\Delta p_d \simeq p(\theta_2 + \phi_2). \quad (11)$$

従って上のスリットを通過した場合と下のスリットを通過した場合の電子の運動量変化の違い $-\Delta p$ は^{注3}

$$-\Delta p = \Delta p_u - \Delta p_d \simeq -p(\theta_1 + \theta_2) - (\phi_1 + \phi_2) \simeq -pD(1/L + 1/L_0). \quad (12)$$

ここで

$$\theta_1 \simeq (D/2 + Y - y)L, \quad \theta_2 \simeq (D/2 - Y + y)/L, \quad (13)$$

$$\phi_1 \simeq (D/2 + Y)/L_0, \quad \phi_2 \simeq (D/2 - Y)/L_0, \quad (14)$$

を用いた。

隔壁Bが電子から受ける反跳の大きさは電子の運動量変化に等しいから、電子が上のスリットを通過した場合と下のスリットを通過した場合の、隔壁Bが受ける反跳の違いは Δp である。隔壁Bの運動量の不確定さ δP がこれよりも大きければ、電子がスリットを通過した後に隔壁の運動量を測定しても、電子がどちらのスリットを通過したかを決定することはできない。従って電子がどちらのスリットを通過したかを決定することができるために隔壁Bが満たさなければならない条件は

$$\Delta p \simeq pD(1/L + 1/L_0) \gg \delta P. \quad (15)$$

明らかに、写真乾板上に干渉縞ができるために隔壁Bが満たさなければならない条件(9)と、電子がどちらのスリットを通過したかを決定することができるために隔壁Bが満たさなければならない条件(15)は両立しない。干渉縞ができるためには隔壁Bの位置の不確定さ δY を小さくしなければならない。他方で電子がどちらのスリットを通過したかを決定することができるためには、隔壁Bの運動量の不確定さ δP を小さくしなければならない。しかし不確定性関係(8)のために、 δY と δP の両方を同時に小さくできないので、二つの条件が両立できないわけである。^{注4}

このようにして電子の経路を追跡するか、あるいは干渉効果を観測するかは、互いに相補的な実験設定を必要としていることが明らかになった。こうしてBohrは次の結論に到った：「量子効果の分析においては、原子的対象の独立の振る舞いと、その現象が発生する条件を定めている測定装置との相互作用を明確に分離することが不可能である。」

3. 1個の原子を置く場合 (y方向の反跳)

前章では隔壁Bの運動量を測定して、電子がどちらのスリットを通過したのかを決定したが、ここではその代わりに、上のスリットに1個の原子を置き、その原子の反跳の運動量を測定する。このようにしても電子の軌道がわかるはずである。

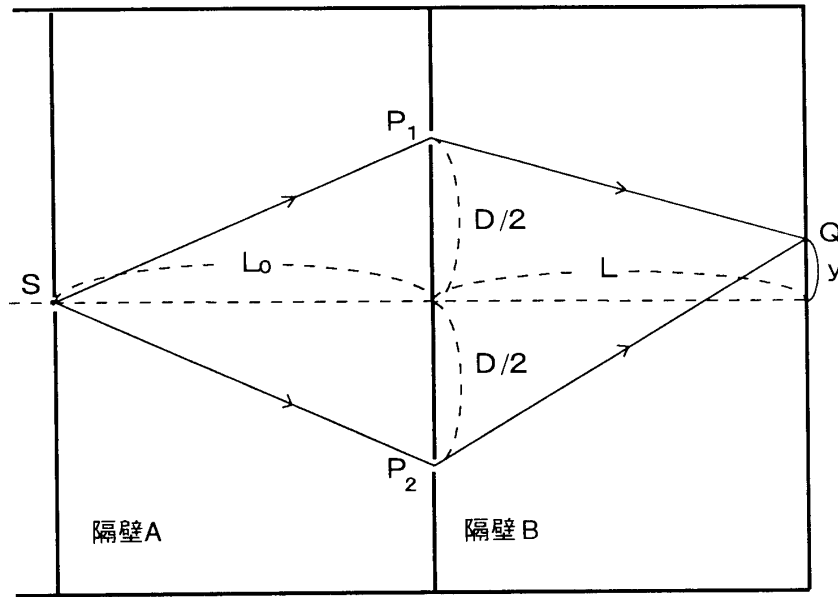


図3A：原子の反跳を利用したダブルスリットの実験装置

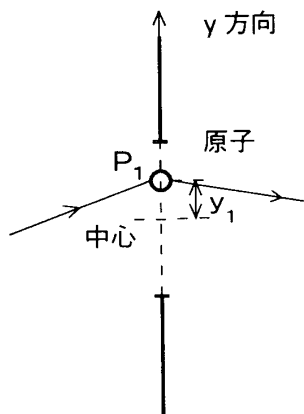


図3B：y方向の反跳を利用したもの

このとき図3Aのように、隔壁Aと写真乾板だけでなく隔壁Bも基準系に固定してよい。ただしこのとき、図3Bに示してあるように、上のスリットの中心に原子を置く。しかしこのとき原子がy方向の位置の不確定さ δy をもつため、原子のスリットの中心からの距離を y_1 とする。ここで上のスリットの広がり d は原子のy方向の位置の不確定さ δy 程度とする。しかし下のスリットの広がりはこれに比べて非常に小さいとする。従って $L_0, L \gg D \gg d \simeq y_1$ である。

電子がこのスリットを通過すれば原子は上方向に反跳を受けるはずであるから、原子のy方向の運動量を測定することによって、電子がこのスリットを通過したかどうか判定できる。

点Sから出発し点Qに到着した電子の位相差は、以前と同じように式(1)で与えられる。ただし今度は

$$\overline{SP_1} = \sqrt{L_0^2 + (D/2 + y_1)^2} \simeq L_0 \{ 1 + (D/2 + y_1)^2 / (2L_0^2) \}, \quad (16)$$

$$\overline{SP_2} = \sqrt{L_0^2 + (D/2)^2} \simeq L_0 \{ 1 + (D/2)^2 / (2L_0^2) \}, \quad (17)$$

$$\overline{P_1Q} = \sqrt{L^2 + (D/2 + y_1 - y)^2} \simeq L \{ 1 + (D/2 + y_1 - y)^2 / (2L^2) \}, \quad (18)$$

$$\overline{P_2Q} = \sqrt{L^2 + (D/2 + y)^2} \simeq L \{ 1 + (D/2 + y)^2 / (2L^2) \}. \quad (19)$$

こうして

$$\Delta S = k \{ D / (2L_0) + (D - 2y) / (2L) \} y_1 - kDy / L \quad (20)$$

を得る。上のスリットにある原子が電子から受けるy方向の運動量は、式(10)で与えられているように

$$\Delta p_1 = p \sin \theta_1 + p \sin \phi_1 \simeq p (\theta_1 + \phi_1) = p \{ D / (2L_0) + (D - 2y) / (2L) \}. \quad (21)$$

式(20)と(21)より原子の位置の不確定さ δy による ΔS のゆらぎは

$$k \{ D / (2L_0) + (D - 2y) / (2L) \} \delta y = |\Delta p_1| \delta y / \hbar \simeq |\Delta p_1| / (2 \delta P). \quad (22)$$

ここで原子の y 方向の位置と運動量の不確定性関係式

$$\delta y \delta p = \hbar / 2 \quad (23)$$

を用いた。原子の運動量を測定することによって上のスリットを電子が通過したことを確かめるためには、原子の運動量の不確定さ δp が原子が電子から受け取る反跳の運動量 $|\Delta p|$ よりもはるかに小さくなければならない。このとき上の式から δy による ΔS のゆらぎは 1 よりもはるかに大きくなってしまふから、干渉縞は消えてしまう。

図 3 C に示してあるように、x 方向の原子の反跳を測定して、上のスリットに電子がやってきたかどうかを確かめることもできる。

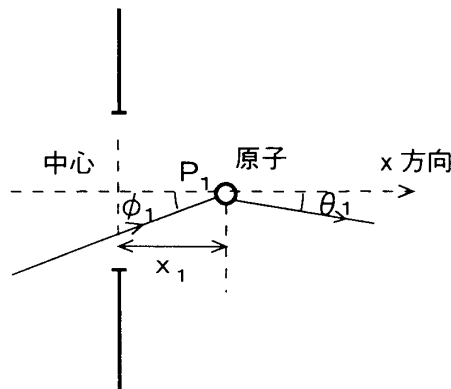


図 3 C : x 方向の反跳を利用したもの

原子の x 方向の運動量の変化を Δp_x としたとき

$$\Delta p_x = p(\cos \phi_1 - \cos \theta_1) \simeq p(\theta_1^2 - \phi_1^2) / 2 \quad (24)$$

となる。 θ_1, ϕ_1 は微小量であるから、上の量は 2 次の微小量の差になっている。従ってこのような量を測定して電子が来たかどうかを判定することは、賢明な方法ではない。しかしこの場合でも、原子の運動量を測定することによって上のスリットに電子が来たことを決定できるようにすると、写真乾板上の干渉縞は消えることを示すことができる。

4. N 個の原子を置く場合 (y 方向の反跳)

8

上のスリットに原子を x 方向に N 個置いた場合はどうなるであろうか。前章と同様に y 方向の原子の位置の不確定さを考慮し、その方向の原子の運動量変化を測定することによって、上のスリットに電子が来たかどうかを判定する。

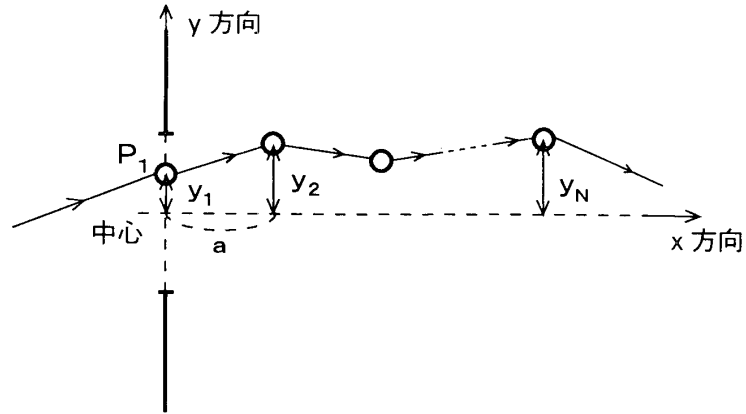


図 4 : N個の原子を置いたダブルスリットの実験装置

原子間の距離を a とし, $a \gg y_i$ ($i=1, 2, \dots, N$) とする. ここで y_i は i 番目の電子の y 座標であり, それぞれ δy 程度の不確定さをもつとする.

$$\overline{SP_1} = \sqrt{L_0^2 + (D/2 + y_1)^2} \simeq L_0 + (D/2 + y_1)^2 / (2L_0), \quad (25)$$

$$\overline{P_i P_{i+1}} = \sqrt{a^2 + (y_i - y_{i+1})^2} \simeq a + (y_i - y_{i+1})^2 / (2a), \quad (i=1, 2, \dots, N-1), \quad (26)$$

$$\overline{P_N Q} = \sqrt{\{L - (N-1)a\}^2 + (D/2 - y + y_N)^2} \simeq L - (D/2 - y + y_N)^2 / (2L), \quad (27)$$

である. ここで, $Na \gg L$ とした. このとき位相差は

$$\Delta S = -kDy/L + kDy_1/(2L_0) + k(D-2y)y_N/(2L) + \{(y_1 - y_2)^2 + \dots + (y_{N-1} - y_N)^2\} / (2a) \quad (28)$$

となる. ここで ΔS を y_1 で偏微分すると, $k \{D / (2L_0) + (y_1 - y_2) / a\}$ を得るが, これが1番目の原子が受ける y 方向の運動量変化 Δp_1 を \hbar で割ったものに等しいことがわかる. 他の y_i で偏微分したものについても同様のことがいえる. 従って, 位相差は

$$\Delta S = -kDy/L + (\Delta p_1 y_1 / \hbar + \Delta p_2 y_2 / \hbar + \dots + \Delta p_N y_N / \hbar) \quad (29)$$

となる. 注5

二つの波 ϕ_1 と ϕ_2 を重ね合わせたとき, 波の強度は

$$F = |\phi_1 + \phi_2|^2 = 2 + 2 \cos \Delta S \quad (30)$$

で与えられる。ここで ΔS は二つの波の位相差であり、干渉縞のコントラストは波の振幅に依らないので、 $|\psi_1|=1$, $|\psi_2|=1$ を用いた。 ΔS において微小量 y_i の1次まで考慮して

$$\Delta S = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i y_i, \quad (\beta_0 \gg \beta_i y_i) \quad (31)$$

のとき

$$F(y_1, y_2, \dots, y_N) = 2 + 2\cos \Delta S \simeq 2 + 2\cos \beta_0 - 2\sin \beta_0 \left(\sum_{i=1}^N \beta_i y_i \right) - \cos \beta_0 \left(\sum_{i=1}^N \beta_i y_i \right)^2 \quad (32)$$

で近似できる。これを各原子の存在確率 $|f(y_i)|^2$ で平均化すると

$$\int F(y_1, y_2, \dots, y_N) |f(y_1)|^2 |f(y_2)|^2 \dots |f(y_N)|^2 dy_1 dy_2 \dots dy_N \simeq 2 + 2\cos \beta_0 - \cos \beta_0 \left(\sum_{i=1}^N \beta_i^2 \right) (\delta y)^2. \quad (33)$$

ここで原子の波動関数としてガウス型 $[2\pi(\delta y)^2]^{-1/4} \exp\{-y_i^2/4(\delta y)^2\}$ を採用し

$$\int |f(y_i)|^2 dy_i = 1, \quad \int y_i |f(y_i)|^2 dy_i = 0, \quad \int y_i^2 |f(y_i)|^2 dy_i = (\delta y)^2 \quad (34)$$

を用いた。よって干渉縞ができるための条件は

$$\left(\sum_{i=1}^N |\beta_i|^2 \right) (\delta y)^2 \ll 1 \quad (35)$$

となる。従って位相差が式(29)で与えられるとき、干渉縞ができるための条件は

10

$$\left(\sum_{i=1}^N |\Delta p_i|^2 \right) (\delta y)^2 \ll \hbar^2 \quad (36)$$

となる。

電子がやって来なければ、原子は静止したままである。原子の運動量の不確定さを δp とすると、電子がやって来たことがわかるためには、少なくとも一つの原子に対して (これを i 番目の原子とする) $|\Delta p_i|^2 \gg \delta p$ を満たさなければならない。このとき

$$\sum_{i=1}^N |\Delta p_i|^2 \gg (\delta p)^2 \quad (37)$$

であるから

$$\left(\sum_{i=1}^N |\Delta p_i|^2 \right) (\delta y)^2 \gg \hbar^2 \quad (38)$$

となり、干渉縞ができるための条件(36)を満たさないので、干渉縞は消える。しかし、ある j 番目の原子の運動量を測定して、 δp の誤差で値 $\Delta p_j=0$ を得たとしても、電子がやって来なかったとはいえない。たまたまこの原子の反跳がなかっただけかもしれないからである。

原子の個数が1の場合には、もし干渉縞が消えれば、原子の運動量測定から電子がやって来たことが決定できる条件を原子が満たしているといえる。しかし原子の個数が多くなると、必ずしもそういえない。干渉縞が消えたことから $\sum_{i=1}^N |\Delta p_i|^2 \gg (\delta p)^2$ がいえるが、この条件から各原子が条件 $|\Delta p_i|^2 \gg \delta p$ を満たしているとはいえないからである。 $|\Delta p_i| \ll \delta p$ であっても、 N が十分大きければ $\sum_{i=1}^N |\Delta p_i|^2 \gg (\delta p)^2$ になることは可能である。

5. 非弾性散乱の場合 (y 方向の反跳)

3章で考察したように上のスリットの中心に原子を置き、y方向の原子の反跳運動量を測定して、上のスリットに電子がやって来たかどうかを判定する。ただし今度は、電子は原子と非弾性散乱を起こす場合を考えるので、電子の波数は k から k' に変化する。

この場合位相差は

$$\Delta S = k (\overline{SP_1} - \overline{SP_2}) + k' \overline{P_1Q} - k \overline{P_2Q} \quad (39)$$

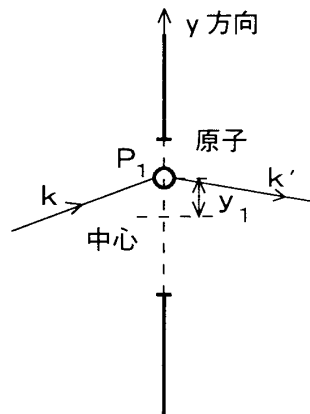


図 5：非弾性散乱を起こす場合の実験装置（y 方向の反跳）

であるから，式 (16) ～ (19) を用いると

$$\Delta S = (k' - k)L + (k' - k)D^2 / (8L) - (k + k')Dy / (2L) + \{kD / (2L_0) + k'(D - 2y) / (2L)\} y_1. \quad (40)$$

ここでスリットの中心から測った原子の位置座標 y_1 の係数 $\{kD / (2L_0) + k'(D - 2y) / (2L)\}$ は，弾性散乱の場合と同じように，原子の y 方向の運動量変化 Δp_1 を \hbar で割ったものに等しいことがわかる．従って δy による ΔS のゆらぎは $|\Delta p_1| \delta y / \hbar \simeq |\Delta p_1| / \delta p$ となる．よって原子の運動量の不確定さ δp が Δp_1 よりもはるかに小さいときには， δy による ΔS の不確定さが 1 よりもはるかに大きくなり干渉縞は消える．逆に，干渉縞が見えるようにするには， δy による ΔS の不確定さを 1 よりもはるかに小さくしなければならない．このためには条件 $\delta y \gg \Delta p_1$ が成立しなければならないが，このとき y 方向の原子の運動量を測定しても，電子が上のスリットにやって来たかどうか判定できない．

6. 非弾性散乱の場合（x 方向の反跳）

前章で論じた電子が原子と非弾性散乱をおこす例は，3章で考察した弾性散乱の場合とほとんど同じであったので，次の例を考えてみる．図 6 のようにダブルスリットの隔壁をもう 1 枚写真乾板の前に置き，二つの上のスリットを結ぶ直線 $\overline{P_1P_3}$ 上の中点 M に原子を一つ置く．ただし原子の位置の不確定さ δx を考慮して，原子は中点 M から x_1 の位置にあるとする．この実験装置では電子は入射方向と同じ方向に出ていくので，弾性散乱の場合には原子の反跳はなく，原子の運動量を測定しても電子が来たかどうか判定することはできない．^{注6}しかし非弾性散乱のときには，出ていく電子の運動量は入射したときより小さくなるので，原子は電子と同じ方向に動き出す．この

原子の運動量を測定すれば電子がやって来たかどうか判定できる。

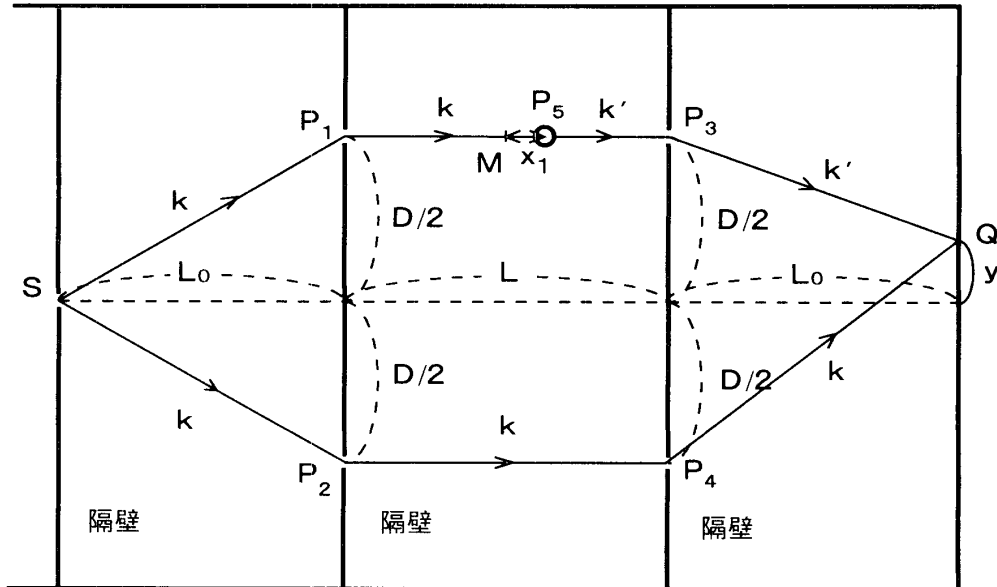


図 6：非弾性散乱を起こす場合の実験装置（x 方向の反跳）

この場合、位相差のなかで x_1 に依存する部分は

$$\Delta S = (k - k')x_1 \quad (41)$$

である。最初原子は静止しているので、運動量の保存則から反応後の原子の運動量 P' は

$$P' = p - p' \quad (42)$$

となる。従って干渉縞ができるための条件は

$$P' \delta x / \hbar \ll 1 \quad (43)$$

である。ところが、電子が出ていった後の原子の運動量 P' を測定して電子が来たかどうかを判定できるためには、原子の x 方向の運動量の不確定さ δp が

$$P' \gg \delta p \quad (44)$$

を満たすことが必要である。しかしこのとき

$$P' \delta x \gg \delta p \delta x = \hbar \quad (45)$$

となり、干渉縞ができるための条件(43)を満たさないことがわかる。すなわちこの場合も、いままでの例と同じように、原子の反跳運動量を測定することによって上のスリットに電子が来たことを決定できるように設定すると、写真乾板上の干渉縞は消える。

7. まとめ

これまで、ダブルスリットの実験について考察し、電子がやって来たかどうか判定する装置として、次の5種類について調べた。

- ①隔壁をバネでつり下げたオリジナルの実験装置 (図2)
- ②上のスリットに1個の原子を置いた実験装置 (図3 A, B)
- ③上のスリットにN個の原子を置いた実験装置 (図4)
- ④上のスリットに1個の原子を置き、電子がその原子と非弾性散乱をおこなう実験装置 (図5)
- ⑤二つの隔壁の間に1個の原子を置き、電子がその原子と非弾性散乱をおこなう実験装置 (図6)

以上の装置において、まず上のスリットを通過する経路と下のスリットを通過する経路の位相差をもとめ、写真乾板上に干渉縞ができるための条件を導出した。次に電子がどちらのスリットを通過したのかを決定できるための条件をもとめた。いずれの場合も、干渉縞ができるための条件と電子の軌道を決定できるための条件が相反関係にあった。このことは装置の一部分が満たさなければならない不確定性関係から生じていた。従って、電子の軌道を決定できると同時に、干渉縞が出現するような装置を作ることはできないことがわかる。

このようにこれまでの議論では、電子の波動性は干渉縞として現われ、粒子性は軌道を決定できることに現われていたが、ここでダブルスリットの実験における粒子性と波動性について改めて考察する。まず電子が古典物理学における粒子あるいは波動と考えたとき、この実験においてどのような結果が得られるか、考えてみる。

最初に電子が古典物理学における粒子のようなものであると考えみる。このとき電子は隔壁Bに向かい、広い範囲にわたりでたらめの方向にやって来る。ほとんどの電子は隔壁Bにはじかれて写真乾板に到着しないが、なかにはスリットを通過して写真乾板にやって来るものもある。ここで電子は途中で壊れないとすると、一回の実験では写真乾板にはせいぜい一つの電子しか到着しない。このとき写真乾板にやって来る電子数の全体の分布 P は、上のスリットからやって来た電子の分布 P_u と下のスリットか

らやって来た電子の分布 P_d の和になるであろう。

$$P = P_u + P_d \quad (46)$$

ここで P_u は下のスリットをふさいで実験をおこなって得られる分布, P_d は上のスリットをふさいでもう一度同じ実験をおこなって得られる分布である。

次に波がやって来た場合を考えてみる。^{注7}例えば図1の実験装置を浅い水槽に入れ, 隔壁Aのスリットのところを細い棒でたたいて水面を振動させる。ここで隔壁Bの壁は反射を起こさないように細工をし, 写真乾板を取り外して写真乾板があった位置の水面を観察すると, 上のスリットと下のスリットからやって来た球面波が干渉を起こす。すなわち波の高さが極大になっているところでは二つの波の位相が合っていて, 波の山が重なって大きな振幅になっている。波の高さが0のところでは二つの波の位相差が π になっていて, 二つの波の山と谷が重なっている。

このことは波の強度は波の振幅 (いまの場合は高さ) の絶対値の2乗に比例し, 二つの波 ψ_u と ψ_d の和の強度が

$$P = |\psi_u + \psi_d|^2 = |\psi_u|^2 + |\psi_d|^2 + 2|\psi_u||\psi_d| \cos \Delta S \quad (47)$$

で与えられることから理解できる。ここで ΔS は二つの波の位相差であり, 最初と2番目の項はそれぞれ上及び下のスリットからの波の強度, 3番目の項が二つの波の干渉を表わしている。すなわち

$$P_u = |\psi_u|^2, P_d = |\psi_d|^2. \quad (48)$$

このように波では, 粒子の場合と違って, 全体の分布は上のスリットからやって来た波の分布 P_u と下のスリットからやって来た波の分布 P_d の和の他に, 干渉効果がある。^{注8} また波は, 粒子のもっているかたまりという性質と違って, 波の強度が小さいところもあるが, 写真乾板上の到るところにやって来る。

このように粒子とはエネルギーや運動量を伝達する分割不可能なものであり, 波動の本質は波の重ね合わせとそこから生ずる干渉にある。

それでは実際に量子力学的対象である電子がやって来た場合には, 結果はどうなるであろうか。まず電子の入射ビームの強度が強いときには, 写真乾板上に式(47)で与えられる干渉縞が現われる。このことは電子の波動性を表わしている。しかし電子の入射ビームの強度を弱くしていくと, 乾板上の一点がポツンと感光し, その他の点は感光しなくなる。このことは電子がかたまりとしてやって来ること, すなわち粒子性を表わしている。写真乾板上の干渉縞は電子一個を撮影した画面をたくさん集めたときに現われるわけである。^{注9}

電子が古典的な波であるならば、写真乾板上に干渉縞が出現することは理解できるが、一回の実験で乾板上の一点がポツンと感光することを理解できない。なぜならば古典的波動論では、入射波の強度を弱くしていても干渉縞はなくなり、その形を保ちながらその強さを減少させていくだけであるから。しかし電子の場合には、入射ビームの強度を弱くしていくと干渉縞はどこかで崩れ出し、最後には乾板上の一点だけがポツンと感光する。

逆に電子が古典的な粒子としてやって来るならば、電子は上か下のどちらかのスリットを通過してくるはずである。しかしそのとき電子の写真乾板上の強度分布は式(46)で与えられ、この場合干渉項はないから、干渉縞は現われないはずである。しかし実際には干渉縞が出現する。また電子一個の場合に干渉縞は現われず、ただ一点だけが感光することから、電子の波動性は一個の電子のもっている性質ではないことを示しているかのようなのであるが、そうではない。一個の電子が波動性をもっているから、それらの画像を重ねると干渉縞が現われるのである。この点は古典的粒子と違っている。このように電子を古典的な波動か粒子のどちらか一方に仮定したままでは、ダブルスリットの実験全体の説明を与えることはできない。

このような量子現象に現われる波動-粒子の二重性のディレンマは、写真乾板上の波動の強さはそこに電子が粒子として観測される確率を与えるという解釈によって解決された。これを波動関数の確率的解釈あるいは統計的解釈と呼んでいる。すなわち波動関数の絶対値の2乗は粒子を見出す確率を表わす。Heisenbergの不確定性関係もこの解釈からあいまいさなしに導出することができる。

量子力学では電子の純粋な状態は波動によって記述される。波動は重ね合わせの性質をもつ。これから干渉が生じる。ところで写真乾板は電子の位置測定装置がたくさん並んだものと考えることができる。写真乾板のある一点がポツンと感光することは、その位置にあった測定装置が電子に反応したことを意味する。そしてこの測定装置が反応する確率が電子の写真乾板上の波動関数の絶対値の2乗に比例していることから、個々の測定結果の集積として写真乾板上に干渉縞が出現する。このように波動関数の確率解釈をとることによって、波動-粒子の二重性のディレンマを解決することができる。^{注10}

他方ですでに述べたように、Bohrは次のように波動-粒子の二重性のディレンマを解決した：「相補性原理を認めれば、波動-粒子の二重性はパラドックスではなくなる。波動性と粒子性は電子の二つの相補的な性質であって、それらは互いに相容れないような実験装置によって現われ、従って二つは同時に現われることはない。異なる実験条件の下で得られた証拠を、波動あるいは粒子という単一の描像で理解することはできない。しかし、原子物理学の対象に関する情報は、これら異なる手段による観測結果の総体によって尽くされるという意味で、異なる手段による観測結果は相補的なものとみなされなければならない。」Einsteinの「電子が粒子であるならば電子はどちらか一方のスリットを通過しているはずである」との最初の問いに対して、

Bohrは次のように答えている：「電子がどちらのスリットを通過したのか決定できるような設定になっていないときには、隔壁の運動量を測定しても電子がどちらのスリットを通過したのかわからない。従って、このとき電子の軌道を議論しても意味がない。どちらのスリットの通過したのかわかる設定になってはじめて電子の粒子性をみることができる。しかしこのような設定のときには干渉縞は消えてしまうから電子の波動性をみることにはできない。逆に電子の波動性をみるためには、電子がどちらのスリットを通過したのかを知ることを諦めなければならない。すなわち電子の粒子性をみること諦めなければならない。」

よく吟味すると、二重性のディレンマを解決する二つの方法の内容は同じではない。何を粒子性と考えるかという点で違っている。確率解釈では電子が写真乾板上にポツンと出現することが粒子性の現われであったが、Bohrは電子がどちらかのスリットを通過したことがわかれば、それが電子の粒子性を表わしていると考えている。Bohrはここでは電子が写真乾板上でポツンと現われることを粒子性とは考えていない。Bohrの相補性理解では、干渉がある場合すなわち波動性を示す実験装置を用いた場合には粒子性は現われないが、その場合でも写真乾板上に電子はポツンと出現し粒子性を示す。

ダブルスリットの実験を考察したとき、素朴であるが極めて本質的な次のような疑問がよく提出される。実際のところ、電子は同時に二つのスリットを通過しているのであろうか、それとも二つのスリット的一方だけを通過しているのであろうか。Bohrの回答はこの疑問に答えていないように思える。二つのスリットを通過しなければ干渉は起きないのであるから、干渉を生じる実験装置の場合には電子は二つのスリットを同時に通過すると考えなければならない。しかしこの場合、電子がどちらのスリットを通過したのかわかるような設定になっていないから、電子がどちらのスリットを通過したのかを問うことは無意味であるとBohrは考えている。しかしどちらのスリットを通過したのかわかるような実験装置を用いた場合には、実験をおこなえば、どちらか一方のスリットを通過したという結果がでるのであるから、この場合には電子はどちらか一つのスリットのみを通過していると考えなければならない。しかしこのように実験装置の設定のちがいで、電子が二つのスリットを同時に通過したり、あるいはどちらか一方のスリットのみを通過していると考えすることはできない。このことは次の議論から明らかである。点Sから出発した電子が隔壁Bにたどり着く直前に、例えば隔壁Bの設定を干渉縞が生じるものから干渉縞が消えるものに変えることが原理的には可能である。このとき電子は二つのスリットを通過する状態からどちら一方のスリットを通過する状態に一瞬のうちに変化しなければならない。EPRの議論でも現われた奇妙な遠隔作用が働かなければならない。そんな馬鹿なことはありえない。これらの疑問に答えるためには、Bohrの相補性原理ではなく、量子力学の記述に依らなければならない。このことは次回に論じたいと思う。

注

注1：Bohrはもっと簡単な議論からこのことを明らかにしているが、ここでは少し違ったやり方で示す。

注2：図2では分かりやすくするために垂直方向を拡大してある。実際には $\overline{SP_1}$ と $\overline{SP_2}$ はほとんど平行である。

注3：隔壁Bが電子から受ける反跳運動量を正とするために、電子の運動量変化を負としている。

注4：隔壁Bの代わりに、隔壁Aあるいは写真乾板の運動量を測定することによっても、電子が隔壁Bの二つのスリットのどちらを通過したのかを決定することが可能であるが、この場合も上と同一の結果が得られるであろうと、Bohrは指摘している。

注5： $a \gg y_i$ ($i=1, 2, \dots, N$) の条件がなくても、上の式は成立する。

注6：もう少し正確に言えば、入射方向と同じ方向に出ていく電子しか第二のスリットを通過できないので、電子が他の方向に出ていった場合を考えなくてもよい。

注7：ダブルスリットの実験について述べた1803年のYoungの講演は、19世紀に登場した光の波動論の出発点とみなされている。しかしYoungにとってこの実験は、光の波動性を示すものであって、なんらパラドックスではない。

注8：もしスリットのどちらか一方を閉じれば、この干渉縞は消え、分布 P_u あるいは P_d が現われる。

注9：昔Youngが光を用いてこのダブルスリットの実験をおこなったときには、光の強度を弱めることをしなかったので、光の写真乾板上での粒子的な振る舞いに気づかなかった。

注10：しかし波動関数は配置空間で定義され、普通の空間で定義されていないから、波動関数を古典的な波と同一視することはできない。

参考文献

- (1) R.P. Feynman, R.B. Leighton and M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, Wesley, Reading, Mass., Vol.3, 1965, p1.
- (2) N. Bohr, "Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics", Albert Einstein: Philosopher-Scientist, The Library of Living Philosophers, Inc., Evanston, Illinois, vol.7, 1949.
"原子物理学における認識論的諸問題に関するアインシュタインとの討論", 井上健訳, 『原子理論と自然記述』, みすず書房, 1990.