

ダブルスリットの実験Ⅱ

小 杉 誠 司

(2002年 9 月26日 受理)

【キーワード】波動性, 粒子性, 干渉, エントロピー, 可視度

1. はじめに

前論文⁽¹⁾において量子現象のもつ粒子性と波動性の二重性が典型的に現われているダブルスリットの実験について考察した。

この実験では入射電子の波動性は写真乾板上に干渉縞として現われ、電子がどちらかのスリットを通り抜けて来たことが何らかの実験装置によってわかれば、それが電子の粒子性を示すものと考えられていた。前論文ではいくつかの実験装置について検討し、いずれの場合も、干渉縞ができるための条件と電子がどちらのスリットを通り抜けて来たのか決定できるための条件が相反関係にあることを示した。すなわち、Bohrも指摘しているように、電子の軌跡がわかるように装置を設定すると写真乾板上の電子の干渉縞は消えてしまう。また干渉縞が観測されるように装置を設定すると電子の軌道はわからなくなってしまう。こうして電子の粒子性か波動性のどちらか一方が観測され、二つが同時に観測されることはない。

さらに前論文において粒子性と波動性について吟味した。粒子とはエネルギーや運動量を伝達する分割不可能なものであり、波動の本質は重ね合わせとそこから生ずる干渉にあった。ダブルスリットの実験で考えられている粒子性とは、電子がどちらのスリットを通過したことがわかれば、それが電子の粒子性を表わしているというものであった。Bohrの学説を支持する人はたいてい次のようにして、波動性と粒子性の二重性のディレンマを解決する：「もしそれぞれの電子の軌道を実際に測定しなければ、その電子が実際にどの軌道をたどったかを主張することはできない。そしてもし電子の軌道を測定すれば電子はどちらかのスリットで見出されるが、そのとき干渉縞は消えてしまう。」確かに実際に電子の軌道を測定すれば、測定結果を粒子性の現われと考えることができる。しかし、電子がどちらのスリットを通過したのかわかるような設定にするだけで、実際に実験で確かめないときでも干渉縞は消えるが、この場合にも電子の粒子性が現われていると考えることには少し無理があるように思う。量

1

量子力学での粒子性とは、例えば写真乾板を用いて位置の測定をおこなったときに写真乾板上のある一点がポツンと感光することであり、写真乾板上の一点が実際に感光してはじめて、それが粒子性の現われとみなすことができるからである。

前論文でおこなった、干渉縞ができるための条件や電子がどちらのスリットを通過したのか決定できるための条件の導出は、いわば前期量子論的なものであった。ここでは古典論を用いた考察に不確定性関係という量子論を加えて条件を導出していた。本論文ではダブルスリットの実験をこのような折衷的なやり方ではなく、量子力学を用いて再度検証する。まず2章においてダブルスリットの問題を量子力学を用いて記述し、電子がスリットを通過したあとの電子と隔壁Bの状態ベクトルを導出し、電子の写真乾板上での位置測定の結果が y であり、隔壁Bの運動量測定の結果が P である確率をもとめる。次に隔壁の運動量を実際に測定しない場合の電子の干渉縞のコントラストを、可視度を導出して調べる。4章では隔壁の運動量の測定値と干渉縞のコントラストとの相関を明らかにする。WoottersとZurekはダブルスリットの実験について詳細な分析をおこない、定性的に議論されることの多いBohrの相補性原理について定量的な考察をおこなった⁽²⁾。彼らは定量的な分析の結果から、かなりよい確率で光子の軌跡を決定できる場合でさえ、干渉縞が強い波動性をもっていると主張している^{#1)}。Bohrの相補性原理によれば粒子性と波動性が同時に現われることはありえないから、このことはパラドキシカルではないが極めて意外なことであると彼らはいっている。しかし彼らのこの結論は、干渉縞において波動性がどの程度現れているかを示す指標として、適切でないものを用いたために導かれたものであり、支持し難いことを明らかにする。さらに電子の経路についての情報量を表わす指標としてエントロピーを導入し、エントロピーと可視度が非常によい比例関係にあることを示す。また可視度の値を変えたとき干渉縞のコントラストが実際にどのように変化するかをコンピュータを用いてシュミレートする。可視度の値が0.2程度に小さくなると干渉縞はほとんど観測されないことを示す。

果たして電子は同時に二つのスリットを通過しているのだろうか、それともどちらか一方のスリットだけを通過しているのだろうか。ダブルスリットの実験におけるこの素朴な疑問に対して、Bohrの相補性解釈はまともに答えていない。二つのスリットを同時に通過しなければ干渉は起きないのであるから、干渉縞が生じる実験装置の場合には、電子は二つのスリットを同時に通過すると考えなければならない。しかしどちらのスリットを通過したのかわかるような装置を用いた場合には、実際に実験をおこなえばどちらか一方のスリットを通過したという結果がでるのであるから、電子はどちらか一方のスリットだけを通過していると考えなければならない。電子がスリットを通過する前に、実験装置がどちらの設定になっているのかを電子は知ることができないから、我々はディレンマに陥ってしまう。5章でこの疑問に量子力学の確率解釈を用いて答える。最後にまとめをおこなう。

2. 量子力学による記述

スリット P_1 と P_2 に向かう電子の状態ベクトルを、それぞれ $|\Psi_1\rangle$, $|\Psi_2\rangle$ とする。また隔壁 B の重心運動を表わす状態ベクトルを $|\Phi_0\rangle$ とすると、隔壁 B は最初原点に静止しているので位置座標表示では

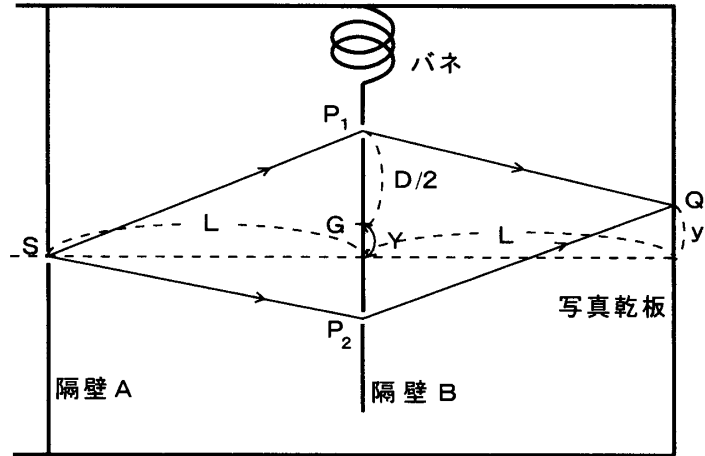


図1 ダブルスリットの実験装置

$$\langle Y|\Phi_0\rangle = [2\pi(\delta Y)^2]^{-1/4} \exp\{-Y^2/4(\delta Y)^2\} \quad (1)$$

運動量表示では

$$\langle P|\Phi_0\rangle = [2\pi(\delta P)^2]^{-1/4} \exp\{-P^2/4(\delta P)^2\} \quad (2)$$

となる。ここで位置の拡がりを表すパラメータ δY と運動量の拡がりを表わすパラメータ δP は

$$\delta Y \delta P = \hbar/2 \quad (3)$$

を満たしている。

電子が写真乾板上の点 Q に到着する場合を考えると

$$\begin{aligned} \overline{SP_1 + P_1Q} &\approx 2L + \{(D/2 + Y)^2 + (D/2 + Y - y)^2\}/(2L) \\ &\approx 2L + (D/2)^2/L - Dy/(2L) + DY/L \equiv r_1 + DY/L, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \overline{SP_2 + P_2Q} &\approx 2L + \{(D/2 - Y)^2 + (D/2 - Y - y)^2\}/(2L) \\ &\approx 2L + (D/2)^2/L - Dy/(2L) - DY/L \equiv r_2 - DY/L, \end{aligned} \quad (5)$$

である。ここで図1に示してあるように、 D は2つのスリットの距離、 L は隔壁 A と隔壁 B の距離である。また隔壁 B と写真乾板との距離も L としている。

電子が上のスリットを通過したとき、反跳により隔壁 B は

$$P_1 \approx pD/L \equiv P_0 \quad (6)$$

の運動量をもって動く。また下のスリットを通過したときには

$$P_2 \approx -pD/L \quad (7)$$

の運動量をもつ。ここで p は入射電子の運動量である。

従って、記号 \otimes の前に電子の状態を、後に隔壁 B の状態をかくことにすると、電

子がスリットを通過する前の電子と隔壁から成る全系の状態ベクトル

$$[(SからP_1に向かう球面波) + (SからP_2に向かう球面波)] \\ \otimes (\text{原点に静止している状態ベクトル} |\Phi_0\rangle) \quad (8)$$

は、電子が通過直後に

$$(P_1からQに向かう球面波) \otimes (P = P_1で移動する状態ベクトル) \\ + (P_2からQに向かう球面波) \otimes (P = P_2で移動する状態ベクトル) \quad (9)$$

に変化し、絡み合いの状態になる。

t 秒後に電子が点Qに到着したとし、このときの全系の状態ベクトルを $|\Psi_t\rangle$ とすると

$$\langle y, Y | \Psi_t \rangle = \frac{\exp(ikr_1 - i\omega t)}{r_1} [2\pi(\delta Y)^2]^{-1/4} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_1}{M}t\right)^2 / 4(\delta Y)^2 - \frac{i}{\hbar} P_1 Y - \frac{i}{\hbar} \frac{P_1^2}{2M}t\right\} \\ + \frac{\exp(ikr_2 - i\omega t)}{r_2} [2\pi(\delta Y)^2]^{-1/4} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_2}{M}t\right)^2 / 4(\delta Y)^2 - \frac{i}{\hbar} P_2 Y - \frac{i}{\hbar} \frac{P_2^2}{2M}t\right\}. \quad (10)$$

ここで ω は電子のエネルギー、 M は隔壁Bの質量である。また電子の球面波には波束の拡がりを表わす関数がかかるが、ここでの議論には関係しないので省略した^(註2)。

このとき電子と隔壁の位置測定をしてそれぞれ値 y 、 Y を得る確率は

$$\langle y, Y | \Psi_t \rangle^2 = [2\pi(\delta Y)^2]^{-1/2} \left[\frac{1}{r_1^2} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_1}{M}t\right)^2 / 2(\delta Y)^2\right\} + \frac{1}{r_2^2} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_2}{M}t\right)^2 / 2(\delta Y)^2\right\} \right] \\ + 2 \frac{1}{r_1 r_2} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_1}{M}t\right)^2 / 4(\delta Y)^2\right\} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_2}{M}t\right)^2 / 4(\delta Y)^2\right\} \cos\{kD(y-2Y)/L\} \quad (11)$$

となる。第1項と第2項がそれぞれ上のスリット及び下のスリットからの波の効果、第3項が干渉効果を表わしている。ここで

$$r_1 - r_2 = -Dy/L \quad (12)$$

を用いた。上で示したように位相では r_1 と r_2 の差は無視できないが、振幅では $r_1 \simeq r_2$ としてよい。従って

$$\langle y, Y | \Psi_t \rangle^2 = \text{const} \times \left[\exp\left\{-\left(Y - \frac{P_1}{M}t\right)^2 / 2(\delta Y)^2\right\} + \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_2}{M}t\right)^2 / 2(\delta Y)^2\right\} \right] \\ + 2 \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_1}{M}t\right)^2 / 4(\delta Y)^2\right\} \exp\left\{-\left(Y - \frac{P_2}{M}t\right)^2 / 4(\delta Y)^2\right\} \cos\{kD(y-2Y)/L\} \quad (13)$$

4

となる。

隔壁の状態ベクトルの表示を運動量表示に変換すれば、 t 秒後の全系の波動関数は

$$\langle y, P | \Psi_t \rangle = \frac{\exp(ikr_1 - i\omega t)}{r_1} [2\pi(\delta P)^2]^{-1/4} \exp\left\{-\left(P - P_1\right)^2 / 4(\delta P)^2 - \frac{i}{\hbar} \frac{P^2}{2M}t\right\}$$

$$+\frac{\exp(ikr_2 - i\omega t)}{r_2} [2\pi(\delta P)^2]^{-1/4} \exp\{-(P-P_2)^2/4(\delta P)^2 - \frac{i}{\hbar} \frac{P^2}{2M} t\} \quad (14)$$

であり、電子の位置測定をして値 y 、隔壁の運動量測定をして値 P を得る確率は

$$\begin{aligned} |\langle y, P | \Psi_t \rangle|^2 = & \text{const} \times [\exp\{-(P-P_1)^2/2(\delta P)^2\} + \exp\{-(P-P_2)^2/2(\delta P)^2\} \\ & + 2\exp\{-(P-P_1)^2/4(\delta P)^2\} \exp\{-(P-P_2)^2/4(\delta P)^2\} \cos(kDy/L)] \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

3. 隔壁の運動量を測定しないときの干渉縞

隔壁の運動量を測定しないで写真乾板上の電子の位置測定だけをおこなった場合の測定結果の分布について検討する。あるいは隔壁の運動量を測定したとしても、その測定値と電子の位置測定との相関を考えない場合も同じ分布が得られる。ダブルスリットの思考実験に対する Bohr の回答もこの場合について考察していた。

式 (15) を使うと、この場合の電子の写真乾板上の位置測定の分布は

$$\int dP |\langle y, P | \Psi_t \rangle|^2 = \text{const} \times [1 + \exp\{-(P_1 - P_2)^2/8(\delta P)^2\} \cos(kDy/L)] \quad (16)$$

となる^{注3)}。

波の強度 I が周期的に変化することから干渉縞が生じるが、干渉縞のコントラストを表わすのに可視度という量がよく用いられる。波の強度の最大値を I_{max} 、最小値を I_{min} としたとき、可視度は

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (17)$$

で与えられる。いまの場合、可視度は

$$V = \exp\{-(P_1 - P_2)^2/8(\delta P)^2\} = \exp\{-\frac{1}{2}(P_0/\delta P)^2\} \quad (18)$$

となる。

隔壁の運動量を測定したとき得られる測定結果の値の分布は

$$F(P) = \frac{1}{2} [2\pi(\delta Y)^2]^{-1/2} [\exp\{-(P-P_1)^2/2(\delta P)^2\} + \exp\{-(P-P_2)^2/2(\delta P)^2\}] \quad (19)$$

である。これを図 2 に示す。

Bohr が指摘しているように、電子が上のスリットを通過したのか下のスリットを通過したのかを判定できるためには、隔壁の運動量の不確定さ δP が電子が隔壁通過後にもつ隔壁の運動量の差より小さくしなければならないから

$$|P_1 - P_2| = 2P_0 \gg \delta P. \quad (20)$$

しかしこのとき隔壁のもつ位置の不確かさ δY が大きくなり、干渉縞は消えてしまう。逆に

$$|P_1 - P_2| = 2P_0 \ll \delta P \quad (21)$$

のときには、電子が通過したあとに隔壁の運動量を測定しても電子がどちらのスリットを通過したのか全くわからない。しかしこのとき写真乾板上には干渉縞が現われる。

Bohrはこのような両極端の場合について述べているが、ここでは中間的な場合について調べてみる。図2の斜線の部分の面積は電子が実際に上のスリットを通過した場合に、下のスリットを通過したと誤って判定されてしまう確率を表わしている。

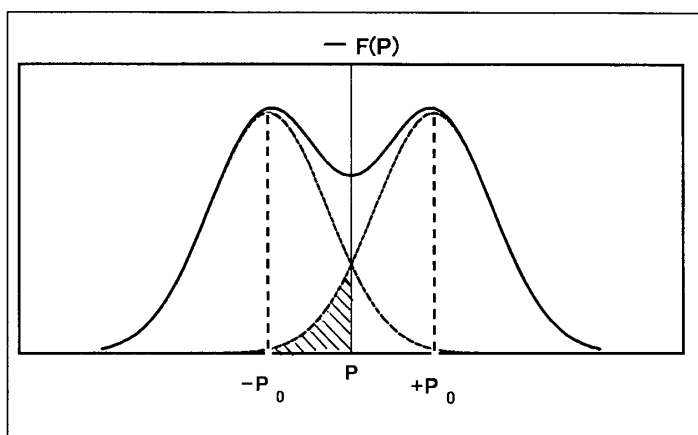


図2 隔壁 B の運動量の分布

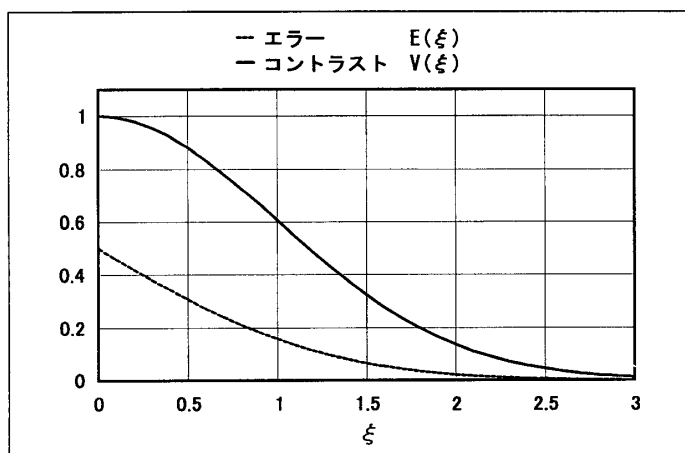
$$\int F(P) dp = 1 \quad (22)$$

であるから、間違える確率は、 $\xi = P_0 / \delta P$ として

$$E(\xi) = [2\pi(\delta P)^2]^{-1/2} \int_{-\infty}^0 \exp\{- (P - P_0)^2 / 2(\delta P)^2\} dP = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\xi} \exp(-t^2/2) dt \quad (23)$$

で与えられる。

$\xi = 0$ ではエラー $E(\xi) = 1/2$ であり、電子は上のスリットを通過したのか下のスリットを通過したのか全くわからない。このとき可視度 $V(\xi) = 1$ であり、干渉縞は完全な形で残っている。図3を見て判るように ξ が大きくなるとエラー $E(\xi)$ と可視度 $V(\xi)$ は共に小さくなっていく。 $\xi = 1$ のとき $E(\xi) = 0.16$, $V(\xi) =$



0.61 であり、 $\xi = 2$ では $E(\xi) = 0.023$, $V(\xi) = 0.14$ に減少している。次の章で示すように、可視度が 0.2 より小さくなると干渉縞はほとんど観測されない。このとき $\xi = 1.79$, $E(\xi) = 0.036$ である。従って電子がどちらのスリットを通過したのか間違える確率が数パーセント程度になるように δP を小さく

図3 間違える確率 $E(\xi)$ と可視度 $V(\xi)$, ここで $\xi = P_0 / \delta P$

すると、干渉縞がほとんど消えるとみなしてよいことがわかる。

4. 隔壁の運動量の測定値と干渉縞との相関

ここでは、隔壁の運動量測定と電子の写真乾板上での位置測定との二つの測定をおこなった場合を考える。二つの測定のうち、どちらを先におこなってもその結果に違いはない。ここで隔壁の運動量の測定結果が値 P である場合のみを考え、このときの電子の写真乾板上での位置測定の結果だけを集めるとする。このとき干渉縞はどうなるであろうか。このときの電子の位置測定の分布は式 (15) で与えられるから、可視度は

$$V = 2 \frac{\exp\{-(P-P_1)^2/4(\delta P)^2\} \exp\{-(P-P_2)^2/4(\delta P)^2\}}{\exp\{-(P-P_1)^2/2(\delta P)^2\} + \exp\{-(P-P_2)^2/2(\delta P)^2\}} \quad (24)$$

である。

電子が上のスリットを通過した後、隔壁の運動量を測定して値 $(P, P + \Delta P)$ を得る確率は

$$[2\pi(\delta P)^2]^{-1/2} [\exp\{-(P-P_1)^2/2(\delta P)^2\} \Delta P] \equiv p_1 \Delta P, \quad (25)$$

同様に電子が下のスリットを通過したときの確率は

$$[2\pi(\delta P)^2]^{-1/2} [\exp\{-(P-P_2)^2/2(\delta P)^2\} \Delta P] \equiv p_2 \Delta P \quad (26)$$

で与えられる。従って可視度は

$$V = 2 \frac{\sqrt{p_1 p_2}}{p_1 + p_2} \quad (27)$$

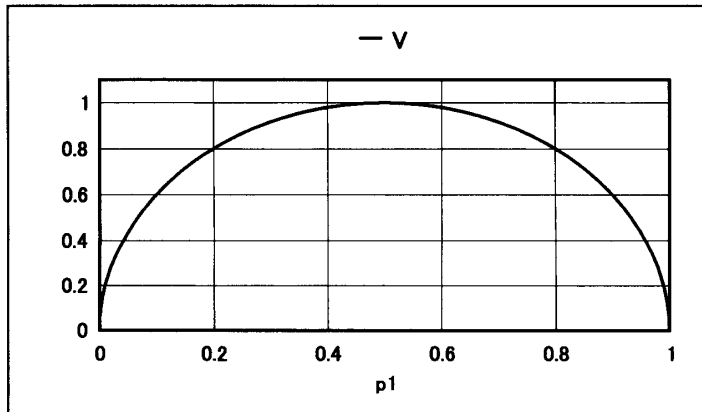


図4：確率 p_1 の関数としての可視度 V

となる。上の導出では与えられた $P_0, \delta P$ に対して、値 P を得る確率 p_1, p_2 を求め、それを用いて可視度を導出しているが、可視度の式では最終的な p_1 と p_2 の値のみが関係しているので、以下では式 (27) で与えられる可視度について考察する。

式(27)で与えられる確率 p_1, p_2 は $p_1 + p_2 = 1$ を満

たさないが、満たすように p_1 と p_2 に定数をかけて再規格化しても式 (27) の可視度は変わらないので、ここでは $p_1 + p_2 = 1$ を満たすとする。このとき可視度は p_1 のみの関数となる。これを図 4 に示す。 $p_1 = p_2 = 0.5$ のとき $V = 1$ となっていることが図より判る。さらに $p_1 = 0.1$ のとき $V = 0.6$ 、 $p_1 = 0.01$ のとき $V = 0.2$ 、 $p_1 = 0.001$ のとき $V = 0.06$ である。 Wootters と Zurek は $p_1 = 0.01$ の場合を計算し、同じ結果を得ている^(註4)。しかし彼らは 99% という非常に高い精度で電子がどちらのスリットを通過したのか予測できる場合ですら、分布の山と谷の値の比 (crest-to-valley ratio) が $R = 1.50$ となることから、干渉縞は強い波動性をもっていると結論し、この結果に非常に驚いている。というのは、このことは粒子性と波動性が同時に現われないという Bohr の相補性原理が破綻していることを示しているからである。しかしこれは、彼らが干渉縞において波動性がどの程度現われているかを示す指標として、不適切な R を用いたことによって生じたミスである。波動性の指標としては可視度 V を用いるべきである。このことを以下に示す。

山と谷の値の比は

$$R = I_{max} / I_{min} \tag{28}$$

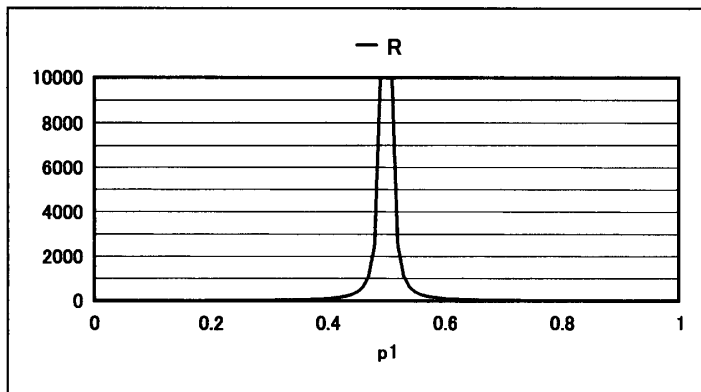
で与えられるので、式 (17) を用いると

$$R = \frac{1 + V}{1 - V} \tag{29}$$

である。

R の図を図 5 に示す。 $p_1 = 0.5$ の付近で R は激しく変化している。このことは式 (28) と (29) からわかる。 $I_{min} = 0$ あるいは $V = 1$ で R は発散している。 $p_1 = 0.5$ は波動性が強い場合であるが、このとき発散するような量を指標として用いることは適切ではない。

これまで電子の経路についての情報量の指標として確率を用いてきたが、 Wootters



と Zurek は Shannon によって提唱された情報量を表わす量 H について議論している。それによれば系が N 個の可能な状態のうちどれか一つにあることがわかっているが、我々がそれらのうちの状態 i にある確率 p_i しか知らないとき、その系についての情報量を表わす量は

図 5 確率 p_i の関数としての分布の山と谷の比 R

$$H = - \sum_{i=1}^N p_i \ln p_i \tag{30}$$

で与えられる。いまの場合には二つの可能性しかないので、

$$H = - p_1 \ln p_1 - (1 - p_1) \ln (1 - p_1) \tag{31}$$

となる。

$p_1 = p_2 = 1/2$ のとき、それぞれの確率が $1/2$ であるのでどちらの状態に系があるのかわからないから、我々のもっている系についての情報量は最小であるが、

$$H = -(1/2 \ln 1/2 + 1/2 \ln 1/2) = \ln 1/2 = 0.693 \equiv H_0 \tag{32}$$

となり、このときエントロピー H は最大値 $\ln 1/2$ になる。 $p_1 \ll p_2$ あるいは $p_1 \gg p_2$ のとき情報量は最大となるが、このとき H は最小となる。

このように定義された H を情報量を表わす量として採用すると、 H と可視度 V は非常によい比例関係にあることが図6よりわかる。図よりエントロピー H が最大値 H_0 のとき可視度 $V = 1$ となり、我々が電子の経路についての情報をもたないとき干渉縞は完全な波動性を示すことがわかる。我々が電子の経路についての情報を獲得し H が小さくなると、それにつれて干渉縞の可視度も一様に低下し波動性を失っている。

同様に H と R との関係を図7に示す。 R も H とともに増大しているが、その様子は V の場合と違い、 $H = H_0$ で発散している。このことは波動性を表わす指標として、 R は適切ではなく V を用いるべきであることを示唆している。

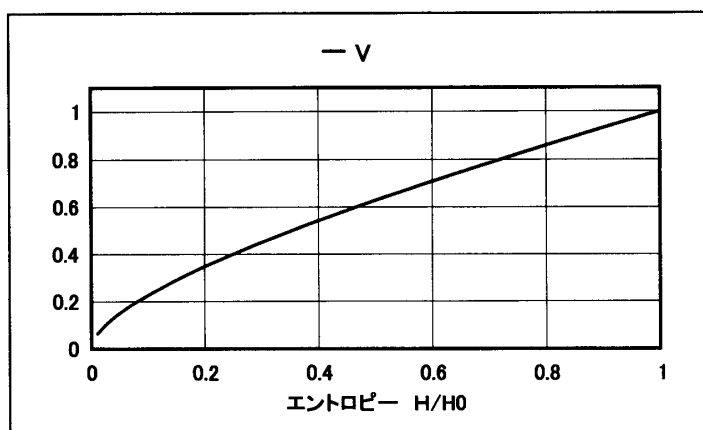


図6 エントロピーの関数として可視度 V

さらに我々は可視度の値を変えたとき干渉縞がどのように変化するかをコンピュータ

を用いてシミュレートした。結果を図8に示す。図から可視度 V が小さくなるに従って干渉縞が消えていくのがわかる。また、いま問題となっている $V = 0.2$ では、干渉縞はほとんど観測されないこともわかる。

以上のことから、WoottersとZurekが「干渉縞をほとんど乱すことなしに、電子

がどちらのスリットを通過してきたのかを極めて正確に決定できる」と主張したことは、間違いと考えられる。

前章では $P_0 \gg \delta P$ のとき干渉縞の可視度は0となったが、いまの場合では、このときでも隔壁が $P = 0$ の測定結果をもつときの電子だけを集めれば $V = 1$ となる。このとき $H = H_0$ であり、電子は上のスリットを通過したのか下のスリットを通過したのかわからないから、ただし $P_0 \gg \delta P$ のときには、隔壁の運動量測定が $P = 0$ という結果になる確率は非常に小さい。

5. 電子はどのようにスリットを通過しているか

果たして電子は同時に二つのスリットを通過しているのだろうか、それともどちらか一方のスリットだけを通過しているのだろうか。この疑問は前論文でも提起した問題である。古典的には二つのスリットを通過した波の干渉によって干渉縞ができるのであるから、干渉縞が生じるように実験装置を設定したときには、電子は二つのスリットを通過していると考えられる。しかし、どちらのスリットを通過したのかわかるように設定した場合には、実際に実験をおこなえばどちらか一方のスリットだけを通過しているという結果が得られるのであるから、このときには電子はどちらか一方のスリットを通過していると考えられる。

このように実験結果から電子の状態を判断すると、電子と相互作用する前の隔壁Bの状態によって電子の状態が影響を受け、あるときには二つのスリットを同時に通過し、またあるときにはどちらか一方のスリットをだけを通過しているように見える。しかし、2章の式(10)、(14)からわかるように、電子がスリットを通過したあとの電子の状態は常に P_1 からQへの球面波と P_2 からQへの球面波の和になっているから、量子力学的には電子はつねに二つのスリットを通過しているように記述されている。

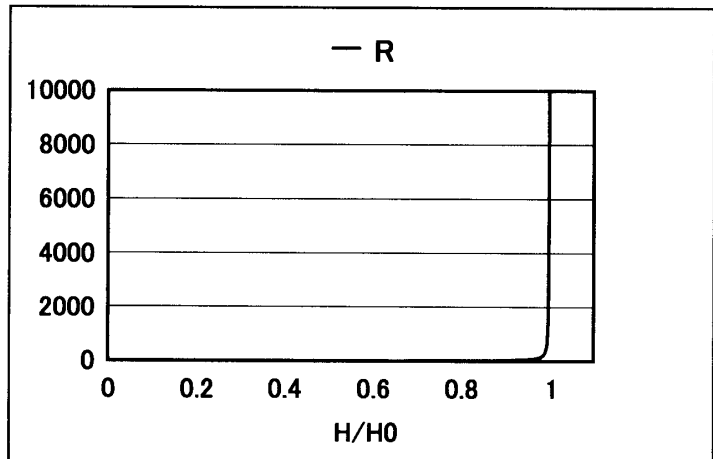


図7 エントロピーの関数として分布の山と谷の比 R

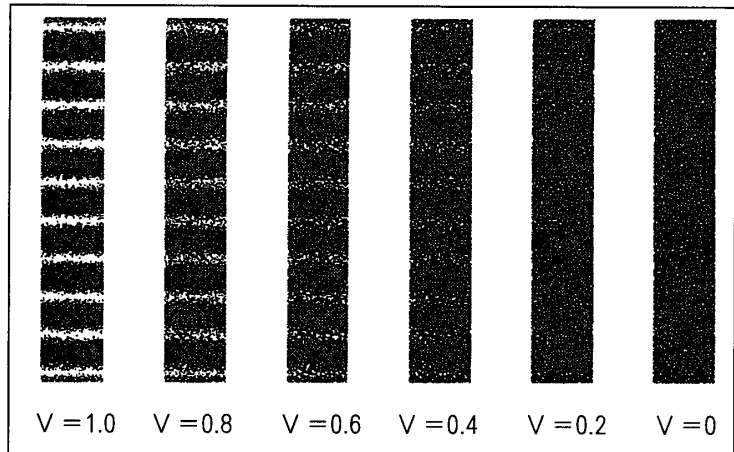


図8 干渉縞のコンピュータ・シュミレーション

このように電子がつねに二つのスリットを通過しているのであれば、なぜ実際に実験をおこなったときどちらか一方のスリットだけを通過しているという結果が得られるのか。この疑問に答えるのが量子力学における波動関数の確率解釈である。それによればスリット通過直後の電子の状態は P_1 からの球面波と P_2 からの球面波の和で与えられているので、このとき電子の位置測定をおこなえば、電子は上のスリットの付近か下のスリットの付近のどちらかに見出される。どちらのスリットの付近に見出されるかは全くの偶然であって、その確率は波動関数の絶対値の2乗に比例する。いまの場合は上のスリットと下のスリット付近に見出される確率はそれぞれ $1/2$ である。

量子力学では電子が上のスリットの付近で見出されたからといって、電子が測定前にそこにいたと結論することはできない。波動関数の記述のレベルで電子がそこにいるということと、実際の実験によって電子をそこに見出すこととの間には乖離がある。もちろん古典物理学及び我々の日常生活には、そのような乖離は存在しない。前論文において量子現象に現われる波動-粒子の二重性のディレンマは、波動関数の確率解釈によって解決されたと述べたのは、このことを指している。

上の議論では直接電子の位置を測定することを考えたが、もともとのダブルスリットの実験では、隔壁Bの運動量を測定することによって、電子がどちらのスリットを通過したのかを間接的に測定するようになっていた。もちろんこの場合も事情は上と同じである。3章で考察したように、 $|P_1 - P_2| \gg \delta P$ のときには隔壁Bの運動量を測定すれば、 P_1 近くの値を得るか、 P_2 近くの値を得るかのどちらかである。この場合も隔壁Bの状態は、 $P = P_1$ で移動する波と $P = P_2$ で移動する波の和になっているから、確率解釈により、隔壁Bの運動量を測定したとき、 P_1 近くの値か P_2 近くの値を得るのである。式(14)からわかるように、電子の点 P_1 からの球面波にかかっている隔壁Bの波動関数からは P_1 近くの値を得る確率が大きいから、 P_1 近くの値を得たときには電子は上のスリットを通過したとみなすことができる。 P_2 近くの値を得る場合も同様である。

隔壁Bの設定のいかんにかかわらず電子の状態が量子力学的には二つの波の和で記述されているとすると、干渉縞ができたりできなかつたりするのは、どのようなメカニズムによるのであろう。それは電子の状態ベクトルにかかっている隔壁Bの状態ベクトルが隔壁Bの設定によって違ってくるからである。スリット通過直後の全系の波動関数は式(10)で与えられたが、ここで点 P_1 、 P_2 の座標は Y の関数である。当然隔壁Bの波動関数も Y の関数であり δY 程度の拡がりをもっている。 δY が小さいときには、電子の波は $Y = D/2$ と $Y = -D/2$ にある点 P_1 と P_2 からの波の和とみなしてよいが、 δY が大きくなると点 P_1 と P_2 の位置が拡がりをもつようになり、単純に $Y = D/2$ と $Y = -D/2$ にある点 P_1 と P_2 からの波の和とみなせなくなり、点 P_1 と P_2 の位置が少しずつずれた波の和になる。 δY が干渉縞の間隔程度になると、当然干渉縞は均されて消えてしまう。 δP を小さくすると不確定性関係(3)から δY は大きくなる。こうして δP を小さくして電子がどちらのスリットを通過したのかわか

るように設定すると、 δY が干渉縞の間隔より大きくなり干渉縞は消えてしまう。しかしこれまでの説明から明らかなように、この場合でも電子は二つのスリットを通過している。スリットの位置の不確定さ δY が大きいために干渉縞が均されて消えるのである。このことを定量的に表わしたものが式 (16) であり、どの程度均されるかは、この式で与えられる可視度 V によって与えられている。

次に隔壁Bの運動量を測定して値 P を得た場合を考えてみる。このとき電子の状態は式 (14) より

$$(P_1 \text{ から } Q \text{ に向かう球面波}) \times \sqrt{p_1} + (P_2 \text{ から } Q \text{ に向かう球面波}) \times \sqrt{p_2} \quad (33)$$

となる。ここで $\sqrt{p_1}$ 、 $\sqrt{p_2}$ は、測定値 P から得られる確率で、それぞれ電子が上のスリットを通過した確率及び下のスリットを通過した確率である。電子の球面波にかかる係数の一方が他方に比べて小さいと干渉項は小さくなる。従って、 $p_1 \simeq p_2$ のとき点 P_1 からの波と点 P_2 からの波は干渉を起こすが、 $p_1 \ll p_2$ あるいは $p_1 \gg p_2$ のときには、二つの波の干渉項は小さくなってしまふ。このような事情を表わしているのが式 (27) である。

6. まとめ

ダブルスリットの問題を量子力学を用いて定式化し、その結果に基づいて波動性と粒子性について考察した。量子力学の記述では電子の状態はつねに二つのスリットを通過している。隔壁の運動量を測定しないときには、 $|P_1 - P_2| / \delta P \simeq 4$ 程度まで隔壁の運動量の不確定さを小さくすると、干渉縞のコントラストは0.2程度になるので干渉縞は観測されない。

隔壁の運動量を測定して、値 P である場合の電子の観測結果を集めたときには、干渉縞のコントラストは δP の値によらず、値 P から予想される電子が上のスリットと下のスリットを通過した確率 p_1 、 p_2 の関数になっていた。 $p_1 \ll p_2$ あるいは $p_1 \gg p_2$ のとき干渉縞は消えてしまふ。このことは電子が二つのスリットのどちらか一方を通過したことがわかるとき干渉縞が見えなくなるというBohrの主張と一致している。99%以上の精度で電子がどちらのスリットを通過したのか予測できる場合には干渉縞が消えることがわかった。隔壁の運動量を測定しないときには δP が条件 $|P_1 - P_2| \gg \delta P$ を満たすとき干渉縞は消えてしまつたが、隔壁の運動量を測定するときには $p_1 \simeq p_2$ となる P の測定結果をもつときの電子だけを集めれば、 δP の値にかかわらず干渉縞は観測される。WoottersとZurekが99%という非常に高い精度で電子がどちらのスリットを通過したのか予測できる場合ですら、干渉縞が波動性をもっていると主張しているが、これは彼らが干渉縞において波動性がどの程度現われているかを示す指標として不適切な量 R を用いたことによって生じたミスであることを示した。また可視度の値を変えたときに干渉縞がどのように変化するかをコンピュータを

用いてシュミレートし、可視度が $V = 0.2$ 程度より小さくなると干渉縞はほとんど見えなくなることを示した。

量子力学の記述では、電子がスリットを通過したあとの電子の状態は常に P_1 から Q への球面波と P_2 から Q への球面波の和になっているから、量子力学的には電子はつねに二つのスリットを通過している。もちろん古典的な意味で通過しているわけではないが、波動関数の記述のレベルでは通過している。波動性とは二つの波の間の位相差が残り干渉項が消えないときに現われる。隔壁 B の位置の不確定さを小さくすれば二つの波の位相差が残り干渉縞が現われるが、このとき隔壁 B の運動量の不確定さが大きくなるので、隔壁 B の運動量を測定しても電子がどちらのスリットを通過したのか識別できなくなる。どちらのスリットを通過したのか判定できるようにするためには、隔壁 B の運動量の不確定さを小さくしなければならないが、そのとき隔壁 B の位置の不確定さが大きくなり、点 P_1 と P_2 の位置が拡がりをもつようになり、単純に $Y = D/2$ と $Y = -D/2$ にある点 P_1 と P_2 からの波の和とみなせなくなる。このとき電子の波は点 P_1 と P_2 の位置が少しずつずれた波の和になり、干渉縞が均されて消えてしまう。これら二つの相補的な場合は両極端の場合であって、実際にはその中間的な状況もありえる。しかしいずれの場合も電子の状態は波の重ね合わせで記述されている。

波動関数の確率解釈によれば、スリット通過直後の電子の状態が P_1 からの球面波と P_2 からの球面波の和で与えられているとき、電子の位置測定をおこなうと、電子は上のスリットの付近か下のスリットの付近のどちらかに見出され、両方に同時に見出されることはない。どちらのスリットの付近に見出されるかは全くの偶然であって、その確率は波動関数の絶対値の 2 乗に比例する。このように量子力学では電子が上のスリットの付近で見出されたからといって、電子が測定前にそこにいたと結論することはできない。波動関数の記述のレベルで電子がそこにいるということと、実際の実験によって電子をそこに見出すこととの間には乖離がある。もちろん古典物理学及び我々の日常生活には、そのような乖離は存在しない。このように量子現象に現われる波動-粒子の二重性のディレンマは、波動関数の確率解釈によって解決される。

注

- 1) 彼らは入射粒子として電子ではなく光子を考えている。しかしダブルスリットの問題は入射粒子が何であるかには依らない。
- 2) 式 (10) は波束の拡散が波束の拡がりよりはるかに小さいときに正しい。これに対して式 (14) の成立にはこのような条件は必要ない。
- 3) 式 (11) を Y について積分しても同様な式が導出できる。
- 4) 彼らの設定では隔壁 B ではなく隔壁 A が動けるようになっていて、隔壁 A の運動量を測定することによって光子が隔壁 B の上のスリットを通過したか下のスリットを通過したかを決定している。

参考文献

- (1) 小杉誠司, 淑徳短期大学紀要第41号, 2002, p 1 – 18.
- (2) W.K. Wootters and W. H. Zurek, *Physical Review D* 19 (1979), p 473–484.