

(論文)

「割合錯誤」現象の精神物理学モデルの提案¹

山 岸 侯 彦

キーワード

意思決定 精神物理学 割合錯誤 (ratio bias) 非合理性
二重Weber-Fechner理論

1. はじめに——「割合錯誤」現象

認知心理学者Daniel Kahnemanによる2002年のノーベル経済学賞受賞は、意思決定場面に於いて、古典経済学が想定する「合理性・論理的首尾一貫性」から人間の決定が逸脱する原因究明の研究が、世界的にその意義を認められた証左である。Kahnemanの受賞契機となった「プロスペクト理論 (Prospect Theory, Kahneman & Tversky, 1977)」は、掲載学術誌Econometricaにおいて、現在に至るまで最多の引用数を誇る文献であり²、かつ、その主要な貢献は、古典的経済学では説明困難な非合理的選択傾向として有名な「アレの逆説 (The Allais Paradox, Allais, 1953)」に、論理的に一貫した説明を提供したこと等が、こうした非合理性への説明の評価を物語っている。昨今、さらに様々な決定場面での非合理的な決定現象が知られる中、本論は「割合錯誤 (ratio bias)」をもたらす認知過程の詳細な理論化を目的とする。

割合錯誤とは、意思決定やリスク判断の場面に於いて、同一のパーセンテージが分数として異なる数字の組み合わせで表現された時、表現の違いが評価者の判断や意思決定に影響する現象を指す³。Miller, McFarland, and Turnbull (1989) は、くじ引き場面で「20個の中の2つのアタリ」を引く事は、「200個中20個のアタリ」を引くよりも不正を強く疑わせる事を示した。即ち、同じ10%でも、分数表現時に分子、分母に使われる数値の大小によって印象が左右される。Denes-Raj and Epstein (1994) の被験者は、「10分の1」で賞金が得られるくじと、「100分の9」で賞金が得られるくじの二者択一で、利益を得る確率が9%であり、従って不利である後者を選んだ。さらにYamagishi (1997) のリスク知覚研究では、癌について「10000人中1286人が死ぬ」と教示された被験者は「100人中24.14人が死ぬ」と教示された被験者よりも危険性をより高く評定した。

これらの割合錯誤現象に共通する事は、同一の確率を「X分のY」と「10 X分の10 Y」のように示された場合、分子の数値が大きい方をより確実と判断する傾向である。しかしながら、Miller, Epstein, そしてYamagishiの各々の主張では、現象の説明原理は必ずしも一致

しない。本研究の目的は、これら割合錯誤現象の統一的説明原理を、実験心理学の古典である Weber-Fechner の法則を拡張する事で樹立することにある。

2. 二重 Weber-Fechner 理論

最初に、精神物理学 (Psychophysics) の古典とされる Weber-Fechner の法則を紹介する。大山 (1981) によれば、Weber-Fechner の法則は、外界の刺激強度 I に対する心理量 ψ は (1) 式により記述可能であるとする。

$$\psi = c \log(I) \quad \text{--- (1)}$$

即ち、心理量とは刺激の物理量の対数に、定数 c を乗じたものである。Weber-Fechner の法則が適用する例は数多いが、身近な物としては、音の強さ (音圧レベル) の単位である デシベルが挙げられる。ある基準値 R_0 に対する音量 R (R_0 , R ともに物理量である) の デシベル値 R_{db} は、

$$R_{db} = 10 \log\left(\frac{R}{R_0}\right)$$

である。正常人と比べ、30 デシベル以上の聴力低下が、難聴の判断基準とされる。

この法則にそのまま従えば、分子 (numerator) num 、分母 (denominator) den が表す分数 (num 、 den 共に正の数値である) の心理量は、 $\psi = c \log\left(\frac{num}{den}\right)$ となる。しかし、本論が提唱する「二重 Weber-Fechner 理論 (Dual Weber-Fechner Theory)」は、分数提示されたパーセンテージの評価心理関数 $\phi(num, den)$ として、(2) 式を想定する。

$$\phi(num, den) = \frac{\log(num+k)}{\log(den+k)} \quad \text{--- (2)}$$

(2) 式の定数項 k ($0 < k < 1$) は、 k を欠く場合の不自然な含意、即ち「10分の1」も「10000分の1」も、心理量は等しくゼロという帰結 ($\log(1)=0$ のため) を避けるために必要である。また、(1) 式の定数項 c は、(2) 式右辺の分母、分子に共に現れるため、消滅している。本来の Weber-Fechner 法則と異なる本研究の特色は、分子の心理量と分母の心理量を別個に評価する点にある。これこそが (2) 式を二重 Weber-Fechner 理論と呼ぶ理由である。

二重 Weber-Fechner 理論を新たに提唱する必要性とは即ち、この定式化による前述の様々な割合錯誤の説明可能性にある (例示の簡略化のため、ここでは k を置かず計算する)。

2

Miller et al. の対比であれば、「20分の2」の勝率は $\frac{\log(2)}{\log(20)} \approx 0.23$ 、一方「200分の20」は

$\frac{\log(2)}{\log(200)} \approx 0.57$ となり、「200分の20」が当たりやすいという感覚と一致する。さらに、

Yamagishi の「10000人中1286人が死ぬ」対「100人中24.14人が死ぬ」の極端な対比 (後者

のパーセンテージが1.9倍)ですら、説明可能である。前者と後者は各々、 $\frac{\log(1286)}{\log(10000)} \approx 0.78$ に対して $\frac{\log(24.14)}{\log(100)} \approx 0.69$ となり、前者がより高い致死率と判断される事となる。

Yamagishi (1997) が報告した割合錯誤は、Edward, Elwyn, and Mulley (2002)、Fagerlin, Wang, and Ubel (2005)、さらにはリスク知覚研究の創始者 Slovic 等 (Slovic, Finucane, Peters, & MacGregor, 2002) が広汎に引用するのみならず、Blackwell Handbook of Judgment and Decision Making (Koehler & Harvey, 2004) にも紹介されるほど、国内外のリスク・コミュニケーション研究者が常識とわきまえる知見である。しかしながら、Yamagishi の説明、Denes-Raj and Epstein, Miller et al. 等の実験結果は、統一的な理論に立脚しない。本研究が提唱する二重 Weber-Fechner 理論は、これらを統一的に説明可能である。二重 Weber-Fechner 理論の独創的特長は、Yamagishi, Epstein, Miller 等が高次認知過程の説明概念を使用したのに対し、二重 Weber-Fechner 理論は精神物理学の古典である Weber-Fechner 法則のみを前提とする事で、簡素な説明を提供する理論的シンプル性にある。

3. 検証データ

本節では、二重 Weber-Fechner 理論の検証に使用する Yamagishi (1997) データの性質を述べる。Yamagishi の実験では、被験者の危険度判断を得たのは、喘息、気管支炎、癌、心臓疾患、HIV 感染、他殺、インフルエンザ、自動車事故、肺炎、自殺、結核の 11 種類のリスクについてであった。

危険度判断を得るに際し、個々のリスクについて Yamagishi (1994) が得た判断結果を、相対頻度として提示した。Yamagishi (1994) は同一のリスクによる死者数の推定が、「100 名中」の判断で得られたパーセンテージが「10000 名中」の判断を上回った結果を「反応レンジ効果 (response-range effect)」として報告した。癌の例を挙げれば、Yamagishi (1994) の被験者は人口 100 名中 24.14 人が癌で死ぬと推定した一方、人口 10000 名中の推定値は 1286 人であった。この結果から、Yamagishi (1997) では、癌による死者数を「10000 名中 2414 人」「10000 名中 1286 人」「100 名中 24.14 人」「100 名中 12.86」人と 4 通りに提示した。他の 10 種類のリスクについても、Yamagishi (1994) の結果を基に同様の提示を行った。

Yamagishi (1997) の被験者は、「絶対安心」をゼロ点、「考え得る最大の危険」を 25 点と評価する 26 点法で、4 条件の相対頻度で提示されたリスクの危険度を評価した。癌の場合の平均結果は、上記の提示順に「12.21」「10.79」「8.69」「8.19」であった。かくして、癌により「10000 名中 1286 人」が死ぬ場合の危険度判断 (10.79) が「100 名中 24.14 人」の場合の危険度 (8.69) を上回ったことで、統計的に有意な割合錯誤を観察した ($t(153) \approx 4.07, p < .001, MS_e \approx 12.40$)。残る 10 種類のリスク中、喘息、気管支炎、心臓疾患、HIV 感染およびインフルエンザについて、割合錯誤は 0.1% 水準で有意であり、自殺については 5% 水準で有意であった。つまり、広汎に割合錯誤が確認された。

表 1 および表 2 に、各々癌とインフルエンザに関するこれらの結果をまとめる。表 1 および表 2 の右端列「確率推定」の算出法は後述する。これら一連の結果をもとに、次説に記述する手順により二重 Weber-Fechner 理論を検証する。

表 1. Yamagishi (1997) の癌についての判断結果と確率推定値

行番号	相対頻度	危険度判断値	確率推定
①	$\frac{2414}{10000}$	12.21	0.49
②	$\frac{1286}{10000}$	10.79	0.43
③	$\frac{24.14}{100}$	8.69	0.35
④	$\frac{12.86}{100}$	8.19	0.33

表 2. Yamagishi (1997) のインフルエンザについての判断結果と確率推定値

行番号	相対頻度	危険度判断値	確率推定
①	$\frac{585}{10000}$	6.02	0.24
②	$\frac{141}{10000}$	4.77	0.19
③	$\frac{5.85}{100}$	3.44	0.14
④	$\frac{1.41}{100}$	3.33	0.13

4. 二重Weber-Fechner理論の検証モデル

(2)式における二重Weber-Fechner理論より、 $\phi(num, den)$ が強度判断の値であるが、これを $\phi(\cdot, \cdot)$ の関数 $f(\phi(num, den))$ とすることで、確率判断値を導くことが出来る。

$f(\phi(\cdot, \cdot)) = a\phi(\cdot, \cdot)^b$ とする ($a > 0, b > 0$ の時に $f(\cdot)$ は $\phi(\cdot, \cdot)$ の単調増加関数とする)。表1の「危険度判断値」を25で割ることにより、確率判断値を得る。この確率判断値が、表1の右端列「確率推定」である。また、定数項 k の推定は本論の主目的ではないので、便宜上 $k=0$ を仮定する。その場合、(2)式より

$$f(\phi(num, den)) = f\left(\frac{\log(num)}{\log(den)}\right)$$

4

が成立する。これより、次の(3)式が得られる。

$$\log(f(\phi(num, den))) = b(\log(\log(num)) - \log(\log(den))) + \log(a) \dots (3)$$

(3)式は重回帰分析により、検証可能である。表1の①行と対応させれば、(3)式の項は、 $num = 2414, den = 10000, f(\phi(num, den)) \approx 0.49$ となる。表1から、 $num, den,$

$f(\phi(num, den))$ について各々①～④行より数値および確率推定値が得られる。従って Yamagishi (1997) の扱った11種類のリスクから、44セットの数値・推定値を得た。これらを、確率推定値の対数を従属変数、 $\log(\log(num))$ 、 $\log(\log(den))$ の値を独立変数として重回帰分析にかけた⁴。

重回帰分析について最も重要な結果とは、 $\log(\log(den))$ 項の回帰係数である。(2)式から(3)式の導出に辿り、二重Weber-Fechner理論の最大特徴である、 $\log(\log(num))$ を $\log(\log(den))$ で除算するという関係は、 $\log(\log(den))$ の回帰係数が統計的に有意な負の値を示すことで確認される。

5. 結果

図1に、散布図を示す。横軸が危険度判断から算出した確率推定値の対数であり、縦軸が重回帰分析の予測値である。個々のデータポイントは、各リスクについての確率推定値の対数と、重回帰分析による予測値の交点である。

図1. 確率推定値の対数と重回帰分析による予測値の散布図

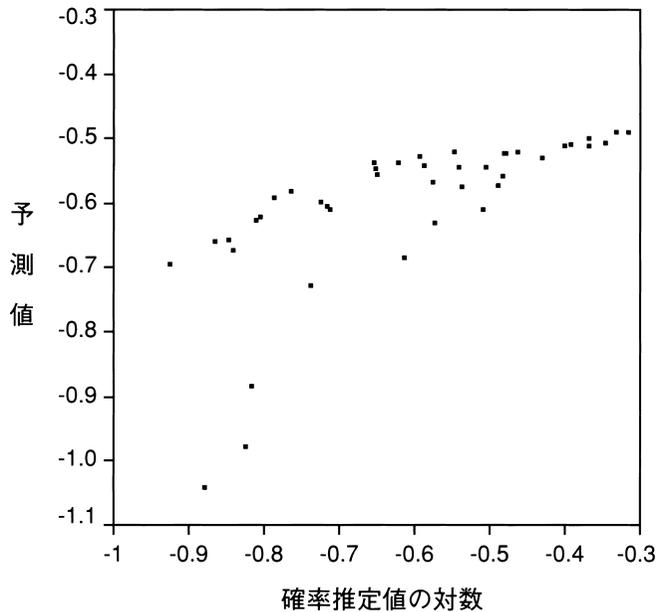


図1のデータに対する予測式の解として、(4)式を得た。

$$\log(f(\phi(num, den))) \approx 0.54 \log(\log(num)) - 0.59 \log(\log(den)) - 0.42 \quad (4)$$

(4)式は(3)式の近似修正と見なすことが出来る。(4)式のモデルの決定係数(R^2)は0.48であり、これは統計的に有意な予測であった($F(2, 39) \approx 18.24, p < .0001, MS_e \approx 0.02$)。 $\log(\log(num))$ の標準化回帰係数0.537もまた、統計的に有意であった($t(39) \approx 5.12, p < .0001$)。

最も重要なことに、 $\log(\log(den))$ の標準化回帰係数-0.59もまた、5%水準で統計的に有

意であった ($t(39) \approx -2.50, p < .05$)。すなわち、重回帰分析より $\log(\log(\text{den}))$ の標準化回帰係数は有意な負の値であることが示された。この推定値は、(3)式と整合性を持ち、二重 Weber-Fechner 理論の真髄である (2)式における除算表現をデータによって検証したことになる。

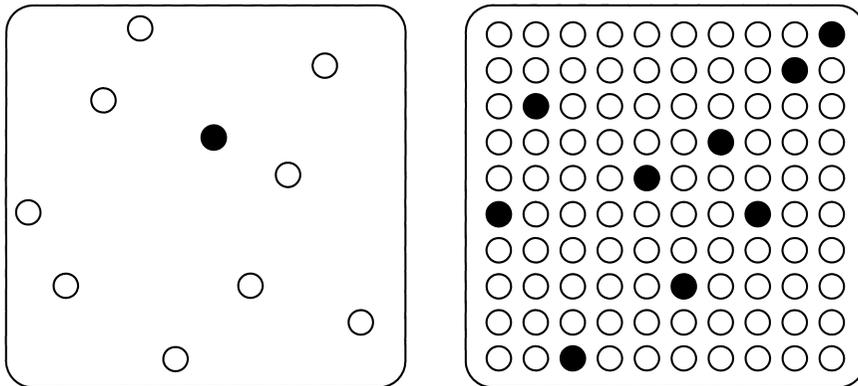
ここで指摘すべきは、本分析と Yamagishi (1997) の説明の関係である。元々の説明は (Yamagishi, 1997, p. 493)、"The anchoring heuristic and base-rate neglect jointly expect that a risk would be judged as more serious when the deaths were expressed by larger rote frequencies (e.g., 1,286 out of 10,000) than smaller rote frequencies (24.14 out of 100)" であった。つまり、危険度判断への貢献は、分子のそれが分母を大幅に上回る、という議論であった。(4)式の回帰分析では、 $\log(\log(\text{num}))$ と $\log(\log(\text{den}))$ による平方和の説明量が、各々 0.43 と 0.10 であり、分子項が説明により強く貢献している。即ち、本分析結果は Yamagishi (1997) の説明を反証する物ではなく、むしろ詳細を追認したと言えよう。

6. 結論と今後の展望

本研究の最大の成果は、二重 Weber-Fechner 理論である (2)式における除算表現の、実証的検証を得たことにある。この節では、(4)式で得られた結果が今後どのように拡充可能であるか、その可能性を検討する。

Denes-Raj and Epstein の実験から得た着想により、Yamagishi and Nishimura (2006a, 2006b) は、二者択一選択における明確な割合錯誤現象を報告した。彼らは、図 2 に示すような現実のギャンブルを提示した。

図 2. Yamagishi & Nishimura の二者択一課題



- 6 左右の選択肢は、実際には半透明のタッチウェアを使用し、中には透明のビー玉と有色のビー玉が収まっていた。被験者の選択とは、左右どちらかのタッチウェアを選び、その中からランダムに選んだビー玉が有色であったら、利得千円を得るというギャンブルであった。この利得は現金で支給された。勝率は、左が「10分の1」即ち 10% で、右が「100分の9」即ち 9% であった。これらの勝率も、被験者に口頭で告げられ、被験者は明確に左右の選択肢の勝率を認識していた。それにも拘わらず、被験者の大半は「1000円を当てる」機会をより具体的に多く提供した右の選択肢を選ぶ事により、割合錯誤現象示した。

こうした割合錯誤現象の心理学的モデル化を、以下のように提唱する。まず、二重Weber-Fechner理論の概念式である(2)式を一般化した形を、(5)式に示す。

$$\phi'(num, den) = \frac{\gamma(num+k)}{\eta(den+k)} \text{ --- (5)}$$

(5)式の変更点は、(2)式では自然対数であった数値評価関数を、分子を $\gamma(\cdot)$ 、分母 $\eta(\cdot)$ に変更している事である。二重Weber-Fechner理論は、分子と分母に別の認知処理を想定する事が特徴である。このような理論で割合錯誤を説明するにあたり、分子の数値の心理関数と分母数値の心理関数が異なる可能性は無視できない。 $\gamma(\cdot)$ および $\eta(\cdot)$ は、対数の底に適切値を与えることで推定可能と考える。

Yamagishi and Nishimura (2006a, 2006b) と同様の選択結果を得て、そのデータから $\gamma(\cdot)$ および $\eta(\cdot)$ 並びに k を推定する。同じデータを使用し、二重Weber-Fechner理論と、古典的Weber-Fechner法則を、共にコネクショニストモデルに実装し、そのデータ適合度を比較する(理論構築方略としてのコネクショニストモデルの詳細は、守・都築・楠見(2001)を参照されたい)。「分子」「分母」の独立処理を仮定しない古典的Weber-Fechner法則は、(6)式で表される。(6)式が含意するモデルを、図3の「モデル3」に示す。一方、二重Weber-Fechner理論のコネクショニストモデルを図4に「モデル4」として示す。⁵

$$\phi''(num, den) = \log\left(\frac{num+k}{den+k}\right) \text{ --- (6)}$$

モデル3、モデル4共に、「入力層」は両ケースの青玉、透明玉の個数をデータとする。「確率評価層」に於いては、モデル3は客観確率の対数計算、即ち古典的Weber-Fechner法則に対応する処理を行う。モデル4は、確率評価の前処理段階として「心理尺度層」を設定し、この層が分母と分子を各々の心理関数で変換する($\gamma(\cdot) = \eta(\cdot) = \log(\cdot)$)という事も可能である)。変換された玉の個数は、モデル4の「確率評価層」で二重Weber-Fechner理論の確率判断を行う。両モデルの「出力層」は、確率評価の高いケースの選択を出力する。

図3. 古典的Weber-Fechner法則のモデル3

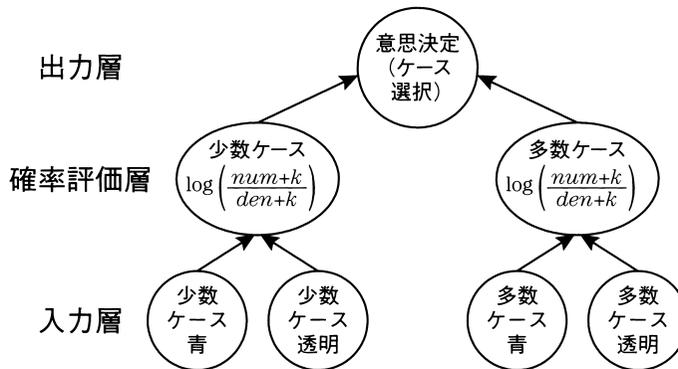
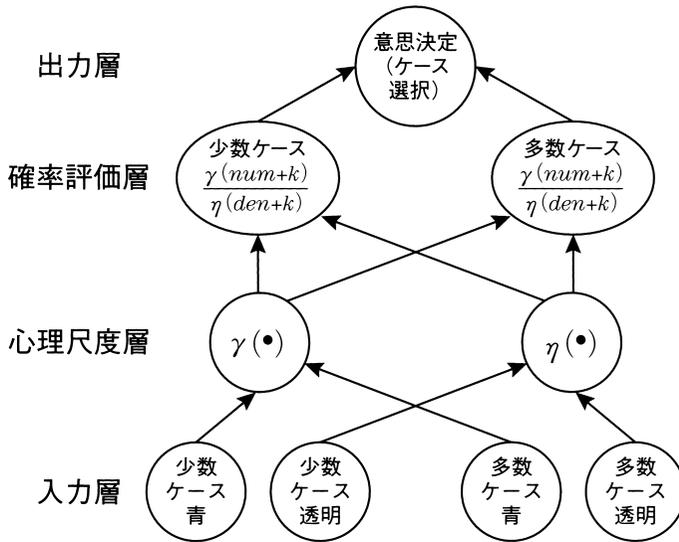


図4. 二重Weber-Fechner法則のモデル4



選択データの適合度から、モデル4、即ち二重Weber-Fechner理論の優位性が示されると期待される。

前述したとおり、割合錯誤現象は広汎に観察されながら、統一した説明原理を持つことはなかった。二重Weber-Fechner理論は、このように理論不在の現状にあって、待たれていた貢献を果たすことが期待されるのである。本研究では、既にYamagishi (1997) のデータ分析による貢献を示した。今後、上述の研究パラダイムが、二重Weber-Fechner理論を発展させて行くであろう。

注

- 1 本研究は、科学研究費補助金基盤研究B、課題番号18330154の補助を受けた。
- 2 <http://ideas.repec.org/top/top.item.recurse.html>
- 3 日本語の文献には"ratio bias"を「比率バイアス」と呼ぶ例も散見する。
- 4 $\log(\log(X))$ が、 $\log(X)$ が負値になったため計算不能だった1例は、重回帰分析から除いた。残りのデータポイントによる重回帰分析に伴い、Cook距離の最大値を記録したデータポイントは、外れ値として除外し (Cook & Weisberg, 1982)、新たな重回帰分析を行った。従って、今後報告する重回帰分析は、総データ数42の分析結果である。
- 5 Yamagishi and Nishimuraの実験では、「有色」ビー玉に青色のものを使用したため、図3と図4で「有色」の玉を「青」と呼んでいる。

8

【引用文献】

- Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: Critique des postulats et axiomes de l'ecole americaine. *Econometrica*, 21, 503-546.
- Cook, R. D., & Weisberg, S. (1982). *Residuals and influence in regression*. London: Chapman and Hall.
- Denes-Raj, V. & Epstein, S. (1994). Conflict between intuitive and rational processing: When people behave against their better judgment. *Journal of Personality and Social Psychology*, 66, 819-829.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47, 263-292.
- Miller, D. T., Turnbull, W. & McFarland, C. (1989). When a coincidence is suspicious: The role of mental simulation. *Journal of Personality and Social Psychology*, 57, 581-589.
- Edward, A., Elwyn, G., & Mulley, A. (2002). Explaining risks: turning numerical data into meaningful pictures. *BMJ*, 324, 827-830.
- Fagerlin, A., Wang, C., & Ubel, P.A. (2005). Reducing the Influence of Anecdotal Reasoning on People's Health Care Decisions: Is a Picture Worth a Thousand Statistics? *Medical Decision Making*, 25, 398-405.
- Koehler, D.J. & Harvey, N. (2004). *Blackwell Handbook of Judgment and Decision Making*. Blackwell.
- 守一雄・都築誉史・楠見孝. (2001). コネクショニストモデルと心理学・脳のシミュレーションによる心の理解. 北大路書房.
- 大山正 (1981). 精神物理学. 藤永他 (編). *心理学事典*. 平凡社. 477-479.
- Slovic, P., Finucane, M., Peters, M., & MacGregor, D. G. (2002). The affect heuristic. in T. Gilovich, D. Griffin, & D. Kahneman (Eds.) *Heuristics and Biases*. (pp. 397-420), Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Yamagishi, K. (1994). Consistencies and biases in risk perception: I. Anchoring process and response-range effect. *Perceptual and Motor Skills*, 79, 651-656.
- Yamagishi, K. (1997). When a 12.86% mortality is more dangerous than 24.14%: Implications for risk communication. *Applied Cognitive Psychology*, 11, 495-506.
- Yamagishi, K., & Nishimura, Y. (2006a, August). *Reaction-time assessment of beliefs underlying the irrational "Ratio-Bias" in choice*. Poster presented at the 28th Annual Conference of the Cognitive Science Society, Vancouver, Canada.
- Yamagishi, K., & Nishimura, Y. (2006b, November). *Superficially irrational, subconsciously reasonable: Measuring presumptions decision makers are unaware of*. Paper presented at the 47th Annual Meeting of The Psychonomic Society, Houston.