淑徳短期大学研究紀要第39号 (2000.2)

Einstein-Podolsky-Rosenのパラドックス Ⅰ

小 杉 誠 司

1．はじめに

1935年3月25日に，雑誌『Physical Review』の編集部は一つの原稿を受け取った．その論文のタイトルは『Can Quantum-Mechanical Discription of Physical Reality Be Considered Complete？（物理的実在についての量子力学的記述は完全であると考えることができるであろうか？）』という長ったらしいもので，著者はA. Einstein，B. Podolsky，N. Rosenの３人であった．[1]

この論文が発表されるまでは，量子力学の解釈に関するEinsteinとBohrの議論に参加していたのは比較的少数の人たちに限られていた．1905年の光量子論に始まり，固体比熱の量子論，量子気体の理論，輻射の放出・吸収の理論などで，量子論に対して多くの貢献をしたEinsteinは，量子力学の生みの親でもあった．その彼が量子論ほど経験的現象の解釈および予測に対して大きな成功を収めた理論はなかったと率直に認めながらも，完成された量子力学は実在するものの不完全な理論であるという批判をこの論文でおこなったので，この論文は多くの物理学者たちの間に旋風を捲き起こし，一般的な哲学的な討論においても大きな話題を提供することとなった．それ以後この論文で取り上げられた問題は，３人の著者たちの頭文字をとって『ＥＰＲの問題』という略称がつけられ，多くの論文で引用されることになった．

そこで用いられたアイディアは，Einsteinが光子箱のパラドックスを導いたときに用いたものと基本的に同じである．[2] Einsteinにとって，この論文を生み出すのに必要なことは，光子箱で用いたアイディアを量子力学の言葉を用いて具体的に表現し，論理的に結論を引き出すことであった．

この論文が発表されや否や，Einsteinは多くの物理学者から「ＥＰＲの議論は間違っている」という手紙を受け取ったが，Einsteinをおもしろがらせたことに，彼らがあげたその理由はすべて違っていたという．その後も，三人の著者たちは，彼らの議論を量子力学の不完全性に対する決定的な証拠とみなし，彼らの議論は未だに論破されていないと考え続けたという． 1

本論文ではＥＰＲの問題について考察する．最初に２章でＥＰＲの原論文を詳しく検討する．次に，そこでは曖昧にされていた，局所性の原理から量子力学的記述の不完全性に到る論理を明らかにする．４章ではＥＰＲが具体例としてあげた波動関数を，波束を用いた式に書き換え，次にそれを用いて，ＥＰＲの波動関数が表わしている二つの粒子の状況は，ＥＰＲが考えていたものとは違っていることを示す．最後にまとめと関連した問題について述べる．

2．ＥＰＲの問題

量子力学では，波動関数が物理系の物理的実在を完全に記述していると仮定されているが，それは本当であろうか？ＥＰＲはこう疑問を投げかけ，以下に述べるような議論を展開して否定的な結論に到った．

量子力学的記述が不完全であることを明らかにするためには，理論がどのような条件を満たしているときに完全であるといえるかが明確になっていなければならない．従って，まず彼らは物理理論の完全性について，次の条件を要請した：

『物理的実在のあらゆる要素は，その物理理論のなかに必ず一つの対応物をもっていなければならない．』

しかし理論が「物理的実在の要素の対応物をもつ」ことが，具体的にどのようなことを意味しているのか，上の条件だけでは明確ではないので，この完全性の条件は曖昧である．後で述べるように，波動関数がある物理量を確実に予言するときに，その物理量の対応物を量子力学的記述がもつとＥＰＲは述べている．

次に彼らは，物理的実在の一般的定義を与えずに，（それは我々の目的にとって必要ないと，彼らは言っている）物理的実在の要素についての次の判定条件を与えた：

『一つの系を決して擾乱することなく，ある物理量の値を確実に（すなわち，１に等しい確率で）予言できるならば，そのとき，この物理量に対応する物理的実在の要素が存在している．』

以上のような形而上学的な前置きをしたあと，彼らは量子力学的形式の一般論を述べ，量子力学では，運動量と位置の場合のように，二つの物理量に対応する演算子が交換可能でないときには，それらのうちの一つについての正確な知識が，もう一方の正確な知識を排除することを示している．従って彼らの判定条件によれば，ある粒子の運動量が知られているときには，その運動量は物理的実在性をもつが，そのとき位置は決して物理的実在性をもたないことになる．

これらのことから，次の命題Ａが成立することを彼らは指摘する：『（１）波動関数によって与えられる実在についての量子力学的記述は完全でないか，または，（２）運動量と位置の二つの物理量は同時に実在性をもちえない，かのどちらかが成立する．』なぜならば，運動量と位置の両方が同時に実在性をもつならば，完全性の条件から記述はそれら両方の値を含んでいなければならない．しかし量子力学的記述は波動関数を通しておこなわれるのであるから，
2 波動関数はそれら両方の確定した値を含んでいなければならない．しかし実際にはそうなっていないのであるから，最初の結論が導かれる．

この部分の証明は少々わかりにくい．命題Ａの否定『（１）の否定，かつ，（２）の否定』を仮定して矛盾が生じることから，命題Ａの成立を証明している．単に量子力学のなかに矛盾があることをいうだけであるならば，このような回りくどい論理展開は不要である．ＥＰＲは量子力学的記述の不完全性を主張したかったと思われる．

従って，もしある物理系の運動量と位置が同時に物理的実在性をもつことを，量子力学の原理を用いて示すことができたとすると，波動関数による実在の量子力学的記述は完全でないことになる．

次に彼らは二体問題の量子力学について一般論を展開する．二つの系ⅠとⅡがあるとして，それらが時間 $t=0$ から $t=T$ までのあいだ相互作用しているが，その後の時間では，この二つの部分の間にはもはやなんらの相互作用もないとする．$t>T$ の任意の時間でのこの合成系の波動関数をΨで表す．系Ⅰに属する物理量Aの固有値を a_i, $(i=1,2,3,\cdots)$ とし，それに対応する固有関数を$u_i(x_1)$，ただしx_1は第一の系を記述する変数とすると，x_1の関数と見なしたときのΨは

$$\Psi(x_1,x_2)=\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n(x_2)\,u_n(x_1) \tag{1}$$

によって表わされる．ここでx_2は第二の系を記述する変数で，$\psi_n(x_2)$は単なる展開係数になっている．ここで量子力学によれば，Aという物理量を測定して，a_kという結果を得れば，波束の収縮といわれる過程によって，測定後には第一の系は波動関数$u_k(x_1)$によって与えられる状態に収縮し，第二の系は波動関数$\psi_k(x_2)$によって与えられる状態にあると結論される．Aの代わりに，他の量であるBを測定したとすると，式（１）の代わりに

$$\Psi(x_1,x_2)=\sum_{s=1}^{\infty}\varphi_s(x_2)\;\upsilon_s(x_1) \tag{2}$$

が得られる．ここで $\varphi_s(x_2)$ は新しい展開係数である．この式を用いれば，Bという量が測定されてその値が b_rであれば，測定後には，第一の系はその固有値に対応するBの固有関数である$\upsilon_r(x_1)$で与えられる状態に収縮し，第二の系は $\varphi_r(x_2)$ によって与えられる状態にあると結論できる．

したがって，第一の系についておこなった異なる二つの測定の結果として，第二の系は二つの異なった波動関数をもった状態に移行する．ここで測定のときには二つの系はもはや相互作用していないことを考えると，第一の系に対しておこなった二つの測定過程が第二の系に影響を及ぼすとは考えられないから，第一の系と相互作用した後の第二の系という同一の実在に対して，$\psi_k(x_2)$ と $\varphi_r(x_2)$ という二つの異なった波動関数が対応していることになる．[注1]

このように，ＥＰＲは二体の相関系を考え，第一の粒子の物理量を測定することによって， 3
第二の粒子の物理量を予測することを想定している．そして二つの粒子が相互作用を終え，遠くに離れているときには，第一の粒子に対する測定は第二の粒子には決して擾乱を与えないと考えている．すなわち局所性あるいは分離可能性が暗黙のうちに仮定されている。この部分がＥＰＲの議論の核心をなしている．

次にＥＰＲは具体例として次の波動関数を考えた：

$$\Psi(x_1, x_2) = \int \exp\{\frac{ip(x_1 - x_2 + x_0)}{\hbar}\} dp \tag{3}$$

ここでAとして，第一の粒子の運動量を選ぶと，その固有値 $p_1=p$ に対応する固有関数は

$$u_p(x_1) = \exp(\frac{ipx_1}{\hbar}) \tag{4}$$

であるから，

$$\Psi(x_1, x_2) = \int \psi_p(x_2) u_p(x_1) dp \tag{5}$$

と展開され，その係数は

$$\psi_p(x_2) = \exp\{-\frac{ip(x_2 - x_0)}{\hbar}\} \tag{6}$$

である．この関数は第二の粒子の運動量演算子 $\hat{p}_2$ の固有関数になっていて，その固有値は$-p$である．

他方でBとして，第一の粒子の位置座標を選ぶと，その固有値$x_1=x$に対応する固有関数は

$$\upsilon_x(x_1) = \delta(x_1 - x) \tag{7}$$

である．これを用いて

$$\Psi(x_1, x_2) = \int \varphi_x(x_2)\ \upsilon_x(x_1) dx \tag{8}$$

と展開すると，その係数は

$$\varphi_x(x_2) = \int \exp\{\frac{ip(x - x_2 + x_0)}{\hbar}\} dp = h\delta(x - x_2 + x_0) \tag{9}$$

である．この関数は第二の粒子の位置座標演算子$\hat{q}_2$の固有関数になっていて，固有値は$x+x_0$である．

従って全体の系が式（3）で与えられるとき，第一の系の運動量を測定して値pを得れば，
確率1で，第二の系の運動量は$-p$であると予言することが可能である．他方で第一の系の
4 位置を測定して値xを得れば，第二の系の位置は1の確率で$x+x_0$であるといえる．ここで
第二の系は第一の系の遙か遠くにあって，第一の系の測定によって擾乱を受けるとは考えら
れないから，第二の系には運動量と位置という実在の要素が存在していると考えられねばな
らない．

ところが量子力学では

$$\hat{p}_2\hat{q}_2 - \hat{q}_2\hat{p}_2 = \hbar/i \tag{10}$$

であり，第二の粒子の運動量演算子 $\hat{p}_2$ と位置座標演算子 $\hat{q}_2$ は交換可能ではないから，これら二つの物理量は同時に実在性をもち得ない．

ここでＥＰＲの原論文では次のような複雑な論理展開をして，波動関数による実在の量子力学的な記述は不完全であることを証明している．命題Ａ『(1) 波動関数によって与えられる実在についての量子力学的記述は完全でないか，あるいは，(2) 運動量と位置の二つの物理量は同時に実在性をもちえない，かが成立する』が真であることは既に証明済みである．更に上述の具体例において，命題Ｂ『(1) でない（波動関数による実在の記述は完全である）ならば (2) でない（二つの物理量運動量と位置が同時に実在性をもつ）』が真であることを証明した．これら二つのことから「(1) が成り立つ」こと，すなわち波動関数による実在の量子力学的記述は完全ではないことを結論している．その理由は明記していないが，次のようなものであろう．すなわち，もし (1) でないならば，上の命題Ｂによって，(2) は成立しない．しかしこのことは命題Ａと矛盾してしまう．従って (1) が成立しなければならない．反対にもし (1) が成り立つとすると，明らかに (1) は成立する．このようにしてＥＰＲは，波動関数による実在の量子力学的記述は不完全であることを証明した．

ここで付け加えておくべきことは，物理的実在の認識論的判定基準に対するBohrの反論を予想して，ＥＰＲは『二つまたはそれ以上の物理量が，それらが同時に測定できるか，または予言できる，そのときに限って同時的な実在の要素であると見なすことができるという主張をするならば，我々の上の結論には到達しないであろう』と述べていることである．なぜならば，この場合予測できるのは p_2 か q_2 のいずれかであるので，p_2 と q_2 の両方が同時に実在することはできないからである．しかしこのときには，第二の系の位置と運動量の実在性を第二の系を決して擾乱しないようにおこなわれた第一の系に対する測定に依存させることになる．そのような実在の定義を認めることは到底できないと彼らは主張した．

３．局所性と不完全性

前章でＥＰＲの議論を批判的に検討した．そこでは具体的な思考実験について議論しているのではなく，量子力学の理論形式を用いて話を論理的に展開していたが，その論理は不必要に複雑になっていた．Einstein自身がこの論文の構造に満足していなかったことは，1935年6月19日にSchrödingerへ宛てた手紙からわかる．[3] そこでEinsteinはＥＰＲの論文について次のようにいっている：『言葉の問題があるので，この論文は大いに議論したあとでPodolskyが書きました．しかし，もともと私が望んだほどにはよく出来上がりませんでした．それどころか，本質的な事柄が博識のかげに埋もれてしまっています．』13年後に，EinsteinはＥＰＲの論文で曖昧にされていた本質的なことを，『量子力学と実在』という論文で明らかにしている．[4] そこでEinsteinは，なぜ量子力学の方法を原理的に満足すべきものでないと考えているのか，その理由を述べている． 5

量子力学ではある時刻の一つの粒子は，波動関数によって完全に記述されていると考えている．このような記述では，どのような意味で現実の粒子の運動量と位置についての事実を表現していると考えるべきであろうか？ Einsteinは次の二つの考えがあるという．

ａ）この粒子は，たとえ，その位置と運動量が測定によって個々別々には同時に決定できない場合でも，実際には，正確な位置と運動量をもっている．この解釈によれば，それ以上の

記述が可能であるにもかかわらず，それをおこなっていないという意味で，波動関数は現実の状況についての不完全な記述を与えていることになる．それ故に量子力学では観測の結果に対して確率的な予言しかできないのである．

ｂ）その粒子は，実際に，正確な運動量と位置のいずれをももっていない．従って，波動関数による記述が原理的に完全な記述であると考えることは許される．しかしここでひとつの疑問が生じる．粒子が正確な運動量と位置のいずれももっていないならば，どうして実際の位置測定においてある特定の結果が現出するのであろうか？粒子がその場所にあったから，その測定結果が得られたのではないとすると，粒子の位置は測定によって創造されたのであろうか？もしそうならばどのようなメカニズムで創造されたのであろうか？

これは，本来はBohrが答えるべき疑問であろうが，Einsteinが次のように答えている：『測定において現れる粒子の正確な位置限定は，避けることのできない（本質的な）測定の干渉によってのみ生じたものである．この測定概念は，現実の粒子状態に関係するだけでなく，原理的には不完全にしかわかっていない測定のメカニズムの性質にも関係している．これが現在の物理学者が引き出した解釈である．そしてこの解釈によってのみ，Heisenbergの不確定性原理といわれている経験的事実が，量子力学の枠のなかで自然な形で保証される．』[注2]

以上のことは，多粒子系の場合にも，適当な変更を加えればそのまま成立する．

次にEinsteinは，空間的に離れた物体（ＡとＢ）について，次の近接作用の原理[注3]が成り立つことを要請する．すなわち，Ａに対する測定の影響は，決してＢに対して直接に作用しない．空間的に離れた物体がお互いに独立に存在することを仮定しなければ，われわれにとって容易に理解できるような物理的考察は不可能になるであろう．またこのような明確な仮定なしには，どうして物理法則を定式化するか，さらに，どのようにしてそれを確かめるかということもわからないとEinsteinは述べている．[注4]

この局所性の仮定と量子力学の原理から，波動関数の状態記述が不完全であることをEinsteinは次のように導いている．『量子力学の原理といっしょに，二つの隔たった空間部分Ｒ１とＲ２（ここで粒子Ｓ１とＳ２はそれぞれＲ１とＲ２にあるとしている）にある現実の状況はお互いに独立な存在であるという原理（局所性の原理）をもまた維持しようとすると，事情は異なってくる．Ｓ１についての完全測定は，空間部分Ｒ１だけに関係した物理的干渉を意味していて，Ｒ１から隔たった空間部分Ｒ２にある物理的実在に対して直接影響を与えることができない．このことは，Ｓ２に対するいくつかの予言が，すべて同時に成立しなければならないことを意味しているだけでなく，いくつかの異なる波動関数[注5]がＳ２の同一の物理的状態に対応していることを意味している．このことは波動関数が，ある個々の
6 系の単独での物理的状態の完全な記述とは解釈できないことを示している．』

Ｓ２の状態がＲ２から遠く隔たったＳ１に対しておこなう特定の測定によって変化するとは考えられない以上，このことは，波動関数は系の物理的状態に一意的に対応していないことを示している．すなわち波動関数は個別の場合に実際に起きていることを記述していない．このことが量子力学の予言が統計的なものにならざるを得ない本当の理由なのである．Einsteinは真の理論は個別の事象の本当の状態を記述していなければならないと確信していた．[注6]

このように，ＥＰＲの論文とは違い，ここでのEinsteinの議論は非常にわかり易くなって

いる．またＥＰＲの論文にあった位置と運動量の同時測定やそれらの間の不確定性関係は，重要な論点になっていない．[注7] さらにここで注意しておくべきことは，Einsteinははっきりと述べていないが，相互作用後のＳ２の物理的状態は，実際の個別の場合には，ただ一つしかありえないとEinsteinが考えていることである．しかしこの場合にも，波動関数は実際の個々の系を記述するものではなく，多数の系の集団を取り扱っていると考えれば矛盾は解決する．こうしてEinsteinは波動関数の統計解釈に到る．ここにEinsteinの深い確信『統計的方法は莫大な個数の要素的過程に関わる自然現象を扱う数学的道具立てとしては有用であっても，それは個別的過程の完全な説明を与えるものではない』を見ることができる．

4．ＥＰＲの波動関数の吟味

２章で述べたように，ＥＰＲの与えた波動関数（3）式は，

$$\Psi(x_1,x_2) = \int \exp\left(\frac{ipx_0}{\hbar}\right)\exp\left(\frac{ipx_1}{\hbar}\right)\exp\left(-\frac{ipx_2}{\hbar}\right)dp. \tag{11}$$

これは運動量演算子 $\hat{p}$ の固有関数 $\exp\left(\frac{ipx_1}{\hbar}\right)/\sqrt{2\pi\hbar}$ で $\Psi(x_1,x_2)$ を展開した形になっている．従って粒子１の運動量を測定して値 p_0 を得たら，粒子２の運動量は $-p_0$ であると予測できるが，ここでの展開係数 $f(p)=\exp\left(\frac{ipx_0}{\hbar}\right)$（ここで x_0 は任意定数）は量子力学の理論からいうと不適切である．何故ならば展開係数の積分 $\int|f(p)|^2dp$ の値は１でなければならないが，今の場合には無限大に発散してしまうからである．

そこで式（11）の代わりに，

$$\Psi(x_1,x_2) = \int C(p)\,\frac{\exp\left(\frac{ipx_1}{\hbar}\right)}{\sqrt{2\pi\hbar}}\exp\left(-\frac{ipx_2}{\hbar}\right)dp \tag{12}$$

と展開することにする．ここで展開係数の積分は

$$\int |C(p)|^2dp = 1 \tag{13}$$

である．しかしこのとき

$$\int |\Psi(x_1,x_2)|^2dx_1dx_2 = \infty \tag{14}$$

となってしまう．この矛盾は式(11)の波動関数が相対座標 $x=x_1-x_2$ のみの関数であり，重心座標の波動関数を無視している(あるいは定数とみなした)ことから生じている．従って相 7
対運動と重心運動の波動関数 $f(x)$ と $g(X)$（$X=(x_1+x_2)/2$ は重心の座標である）を用いて

$$\Psi(x_1,x_2) = f(x)\,g(X) \tag{15}$$

としなければならない．ここで $\Psi(x_1,x_2)$，$f(x)$，$g(X)$ のフーリエ変換をそれぞれ $\Phi(p_1, p_2)$，$F(p)$，$G(P)$ とすると

$$\Phi(p_1, p_2) = F(p)G(P) \tag{16}$$

が成立する．二体問題では粒子間の相互作用が相対座標だけで決まるとき，一般に相対運動と重心運動に分離できるから，(15) 式は一般的な場合を記述していると考えてよい．

ＥＰＲの波動関数は，上の式 (15), (16) で

$$f(x) = f(x_1 - x_2) = \delta(x + x_0) \tag{17}$$

$$G(P) = G(p_1 + p_2) = \delta(P) \tag{18}$$

と選んだ場合になっている．

ここで波動関数として，式 (17) と (18) の δ 関数を使わずに波束を使うと，

$$f(x) = [2\pi(\delta x)^2]^{-1/4}\exp\{-(x + x_0)^2/4(\delta x)^2\} \tag{19}$$

$$G(P) = [2\pi(\delta P)^2]^{-1/4}\exp\{-P^2/4(\delta P)^2\}. \tag{20}$$

ここで波束の拡がりを表すパラメータが $\delta x \to 0, \delta P \to 0$ のとき，式 (19) と (20) はＥＰＲの波動関数（式 (17) と (18)）に一致する．

このとき位置座標表示と運動量表示の波動関数 $\Psi(x_1, x_2)$, $\Phi(p_1, p_2)$ は，それぞれ

$$\Psi(x_1, x_2) = [2\pi(\delta x)^2]^{-1/4}\exp\{-(x + x_0)^2/4(\delta x)^2\}[2\pi(\delta X)^2]^{1/4}\exp\{-X^2/4(\delta X)^2\} \tag{21}$$

$$\Phi(p_1, p_2) = [2\pi(\delta p)^2]^{1/4}\exp\{-p^2/4(\delta p)^2\}[2\pi(\delta P)^2]^{-1/4}\exp\{-P^2/4(\delta P)^2\} \tag{22}$$

となる．式 (21) と (22) において，$\delta x \to 0, \delta P \to 0$ とすれば，$x_1 - x_2 + x_0 \to 0$, $p_1 + p_2 \to 0$ であるから，確かにこのとき，粒子１の位置を測定して x という値を得れば，粒子２の位置は $x + x_0$ と予測できるし，粒子１の運動量を測定して p という値を得れば，粒子２の運動量が $-p$ と予言できる．

5．ＥＰＲの二つの系は分離しているか？

式 (3) の波動関数は，二つの粒子が相互作用したあと充分時間が経ち，それぞれの粒子
8 が二つの遠く隔たった空間部分にあるような状況を表わしていると，ＥＰＲは考えているが，
はたして実際にこの波動関数はこのような状況を表現しているのであろうか？このことを前章で与えた波動関数 (21) を用いて調べてみる．

位置座標表示で考えたとき，二つの系が充分離れていてそれらの間にはもはや相互作用がないとみなせる条件は，図１からわかるように，二つの粒子の間の距離を L として，

$$L \gg \delta x_1 + \delta x_2 \tag{23}$$

である．ここで δx_1 と δx_2 は，それぞれの粒子の波束の拡がりを表している．

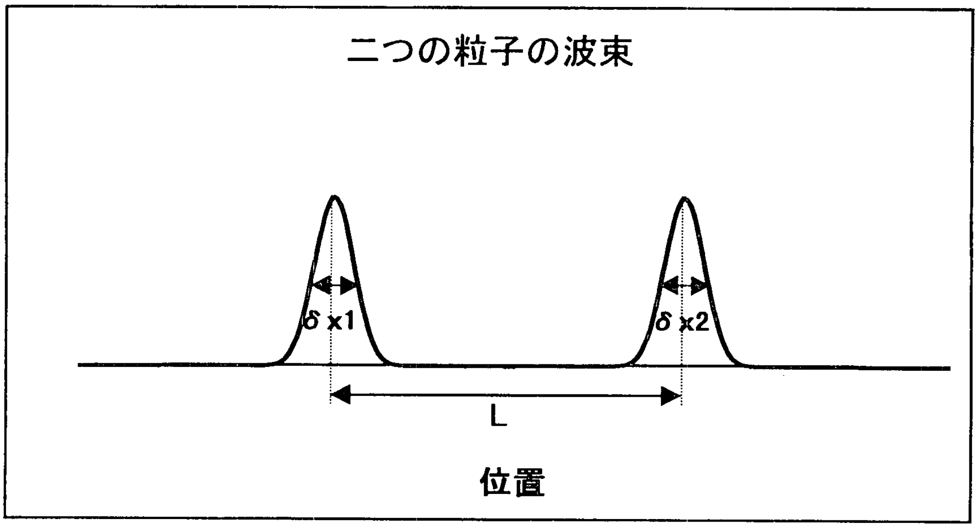

図1．二つの分離した波束

二つの粒子の位置を重心座標 X と相対座標 x を用いて表すと，

$$x_1 = X + x/2 - x_0/2,\quad x_2 = X - x/2 + x_0/2 \tag{24}$$

であるから，粒子1の位置座標の平均値は

$$\bar{x}_1 = \int |\Psi(x_1, x_2)|^2 x_1 dx_1 dx_2 \tag{25}$$

$$= \int |f(x)|^2 |G(X)|^2 (X + x/2 - x_0/2)\, dx dX \tag{26}$$

$$= \bar{X} + \bar{x}/2 - x_0/2 \tag{27}$$

である．同様にして位置座標の2乗の平均値 $\overline{x_1^2}$ をもとめると，

$$\overline{x_1^2} = \overline{X^2} + \overline{x^2}/4 + x_0^2/4 + \bar{x}\bar{X} - x_0\bar{x}/2 - x_0\bar{X}. \tag{28}$$

従って，次の式で定義される位置座標の標準偏差は 9

$$\delta x_1 = \sqrt{\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2} = \sqrt{(\delta X)^2 + (\delta x)^2/4} \tag{29}$$

で与えられる．同様にして粒子2の位置座標の標準偏差も，

$$\delta x_2 = \sqrt{(\delta X)^2 + (\delta x)^2/4} \tag{30}$$

で与えられる．

ＥＰＲの波動関数は $\delta x \to 0$ の場合に相当していたから，二つの系が分離している条件式 (23) は

$$L \gg 2\delta X \tag{31}$$

となる．ところがＥＰＲの波動関数は，$\delta P \to 0$ の場合に相当していたから，$\delta X \to \infty$ となり，上の条件を到底満たすことはできない．つまりＥＰＲの波動関数が表わしている二つの粒子の空間部分は，遠く離れて隔たっているわけではない．ＥＰＲは二つの系が十分に離れていて相互作用をしていないことを前提に議論をしているが，この前提条件が崩れたことになる．

このようにＥＰＲがあげた具体例は適切なものではなかった．もっともこのことによって，ＥＰＲの議論がすべて無効になるわけではない．Bohmが与えたスピン関数を用いた具体例のように，適切なものをあげることができるからである．

ここで更にＥＰＲの波動関数について二，三の考察をおこなう．

二体の波動関数が

$$\Psi(x_1, x_2) = \psi_1(x_1)\,\psi_2(x_2) \tag{32}$$

で与えられ，それぞれの粒子の波動関数の積になっているとき，二つの粒子には相関がない．これは独立している，古典的な二つの粒子を表していると考えられる．ＥＰＲの波動関数はそうなっていないから，二つの粒子の間には相関がある．この相関を利用して，第一の粒子の位置や運動量の測定結果から，第２の粒子の位置や運動量を予測できるわけである．

光子箱の思考実験を論じた前論文で指摘したように，第一の粒子の位置を測定して，その結果から第二の粒子を予測できる場合には，第一の粒子の運動量を測定しても，第二の粒子の運動量を予測できなかった．ところがＥＰＲの波動関数の場合には，それができるようになっている．その原因はどこにあるのだろうか．これは難しい問題であるが，ＥＰＲの波動関数は，最初ひとつであった二つの粒子が崩壊などで分裂した場合に，その後の二つの粒子の状態を表していて，ＥＰＲがその論文で仮定しているように，最初に分離していた二つの粒子が，その後相互作用し，再び離れていった状態を記述していないと筆者は考えている．

ＥＰＲの議論では，第一の粒子の運動量を測定することによって第二の粒子の運動量を確
10 実に予言することができた．他方で第一の粒子の位置を測定すれば，第二の粒子の位置を予言できる．局所性の仮定が成り立っているとすると，この場合には第二の粒子の位置と運動量に対してHeisenbergの不確定性関係

$$\delta x_2 \delta p_2 \geq \hbar/2 \tag{33}$$

が成立していないのではないかと思われるかもしれないが，ＥＰＲの波動関数の場合でも，

この不確定性関係は成立している．このことを次のように示すことができる．
式 (22) と

$$p_1 = P/2 + p,\quad p_2 = P/2 - p \tag{34}$$

を用いると，粒子1の運動量の平均値は

$$\bar{p}_1 = \int |\Phi(p_1, p_2)|^2 p_1 dp_1 dp_2 \tag{35}$$

$$= \int |F(p)|^2 \, |G(P)|^2 (P/2 + p)\, dp dP = \bar{P}/2 + \bar{p}. \tag{36}$$

同様に，運動量の2乗の平均値は

$$\overline{p_1^2} = \bar{P}^2/4 + \bar{p}\bar{P} + \overline{p^2}. \tag{37}$$

従って，その標準偏差は

$$\delta p_1 = \sqrt{\overline{p_1^2} - (\bar{p}_1)^2} = \sqrt{(\delta P)^2/4 + (\delta p)^2}. \tag{38}$$

同様にして，粒子2の運動量の標準偏差をもとめると

$$\delta p_2 = \sqrt{(\delta P)^2/4 + (\delta p)^2}. \tag{39}$$

式 (30) と (39) から

$$(\delta x_2)^2 (\delta p_2)^2 = \{(\delta X)^2 + (\delta x)^2/4\} \{(\delta P)^2/4 + (\delta p)^2\} \tag{40}$$

$$= (\delta X)^2 (\delta P)^2/4 + (\delta x)^2 (\delta p)^2/4 + (\delta X)^2 (\delta p)^2 + (\delta x)^2 (\delta P)^2/16. \tag{41}$$

ここで$\delta X \delta P \geq \hbar/2$, $\delta x \delta p \geq \hbar/2$. 更に最後の2項に対して，相加平均≧相乗平均を用いると，

$$(\delta x_2)^2 (\delta p_2)^2 \geq (\hbar/2)^2/2 + (\hbar/2)^2/2 = (\hbar/2)^2 \tag{42}$$

$$\therefore\ \delta x_2 \delta p_2 \geq \hbar/2. \tag{43}$$ 11

6．おわりに

Heisenbergによるγ線顕微鏡を用いた不確定性関係の導出に顕著に現れているように，測定過程は対象に擾乱を与えると一般に考えられている．想い返してみれば，不確定性関係

をめぐるEinsteinとBohrの討論において，個別の系の詳細な記述を得ようとするEinsteinの試みを二度にわたり打ち破ったのは，運動量の測定は不可避的にこの系の状況に影響を与えて，位置の決定を不可能にするので，運動量と位置の同時測定はできないというBohrの擾乱の思想であった．ここでいっている測定に伴う避けることもコントロールすることもできない擾乱とは、素朴で直観的な「かき乱す」というイメージをもっており，それは当然局所的であり力学的なものであった．Bohrとの討論を通じて，Einsteinもこの学説を受け入れていたようである．[5] しかし，ＥＰＲの議論で提出された二体の相関系の場合には，この擾乱の学説が使えないようにうまく工夫されている．

Einsteinによれば，相関系では，一方で局所性の原理に含まれている近接作用の考えをもち続けると、量子力学はある領域の対象については統計的な説明を与えるだけで、その系の現実の状況を完全に記述していると考えることはできない．他方で，波動関数が現実の物理的状況を完全に記述していると考えると，それはなんとも奇妙な遠隔作用を仮定しなければならず，このような仮定を到底受け入れることはできない．ＥＰＲのパラドックスは，量子論のCopenhagen解釈の二つの構成要素である擾乱の学説と状態関数の完全解釈が，二体の相関系の場合に両立できないことを示している．これまで論じてきたように，Einsteinのアイディアと戦略は，彼の論敵達よりもはるかに我々の直観に訴える力をもっている．公平にみて，Einsteinは二体の相関系を使ってBohrの擾乱の学説を避けて通るのに成功したといってよいであろう．

Bohrの反論の詳細についてはここでは触れないが，Bohrが答えたのは，まさに擾乱の学説であった．彼は「いかなる仕方でも系を乱すことなしに」というＥＰＲの論点に曖昧さがあると指摘し，相関しているペアの一方を測定することによって他方の系に「力学的な」擾乱が生じる恐れはないことを認めるが，次のように言う：「しかし，そうであっても，その系の将来のふるまいについてどのような型の予言が可能かを決める，まさにその条件に対する影響の問題が本質的に存在する.」[6]

ここでBohrが述べていることは曖昧で，それが意味していることを正確に理解することは難しい．Marminは次のように述べている：『私はＥＰＲの論文を読んだときショックだった．「擾乱」についてのHeisenbergのはっきりした見方をBohrが不明確に拡張したことは，私には極端で大胆と思われた．大部分の物理学者がショックを受けたようだが，そうは思わなかったことは—Bohrが，一般にそしてすぐに，物事を再び真直ぐに立て直したととられたことは—私を驚かせ当惑させた．私はJ. S. Bellの1964年の論文を知るまで，この論争では，Einsteinの側についていたことを告白しなければならない.』[7] Marminも指摘しているように，ここでBohrの擾乱の学説の意味が変化していることに気づく．以前のソルベイ会議でのEinsteinへの回答では、特定の物理量の測定によって引き起こされる擾乱は，その粒子の物理的な状況を実際に（力学的に）変え，そのことによって相補的な物理量を予
12 言するための条件が変わる、とBohrは論じていたからである．片方の粒子の運動量を測定するための装置は，他方の粒子の位置について意味のあることをいえる可能性を排除していると，Bohrは反論のなかで主張しているが，その物理的な説明は，筆者の理解するところでは，到底受け入れられるものではない．このようにEinsteinは，BohrとHeisenbergの擾乱の学説がもっていた，もっともらしく直観的であった物理的な基礎を取り去ってしまった．

Bohrやその他の人々との長い論争を経ても，なお現在の量子力学の記述は実在の不完全

な記述であるとのEinsteinの信念は最後まで変わらなかった.

1964年に，J. S. Bellは遠く離れた二つの粒子の物理量を同時測定したときに現われる相関について研究し，Einsteinの局所性を仮定すると，相関係数の間にある不等式が導かれることを見出した.(8) 非常に興味深いことに，ある条件のもとでは量子力学の予測はこの不等式を満たさない．Bellの不等式を検証するために多くの実験がおこなわれたが，このうち最も有名なものは，Aspectの実験である.(9) その実験はカルシウム原子から逆方向に放出された二つの光子の偏向を測定するものである．その結果は，Bellの不等式は破れていて，量子力学の予言とよく一致していた．すなわちEinsteinの局所性の原理は実験によって否定された．Einsteinの死から27年が経っていた.

3章で紹介した論文『量子力学と実在』の最後で，量子力学の記述が原理的に完全であると考えている物理学者らが，量子力学が局所性の要請を明確に利用しているところはないから，その要請を放棄すべきであると反論することを予期して，Einsteinは次のように注意している：『わたしの知っている物理現象，とくに，量子力学によって非常にうまく理解できるような特別な物理現象を考察するとき，局所性の要請を放棄しなければならないということが確からしいと考えさせるような事実は，どこを探しても見出せないのである.』もしEinsteinが生きていてAspectの実験の結果を知ったら，なんと言うであろうか？

注

注1：彼らは相互作用を終えて，遠く隔たった二つの系はそれぞれが独立の実在であると考えている．常識的にはそう考えるのが当然であるが，量子力学では複合系のみが実在であって，そのなかの一つの系だけを取りあげて，それを実在と考えることは正しくない.

注2：量子力学では状態と事象とは一対一ではなく，一対多に対応している．すなわち一つの同じ状態から多数の異なった事象が生じてくると考えられている．測定の最中に非常に複雑な物理過程が生じていて，それは原理的に制御できず，前もってどの値が生じるか予測できない．したがって測定結果は確率的になる．このように考えているようであるが，果たしてこのような測定の理解が正しいかどうか非常に疑わしい．不確定性関係のこの解釈はHeisenbergとBohrによるものだが，正しくないと思う.

注3：近接作用の原理は，局所性の原理あるいは分離可能性の原理と同じ.

注4：相関は永遠に続くものではない. 相関がある二つの物体に対してある測定を一回おこなえば，そのことによって二つの物体の相関関係はなくなり，二つの物体は独立に存在するようになる．したがって物理法則を確かめるときに，状態を確認して用意すれば，なんの支障も生じない.

注5：2章の記号でかくならば，$\psi_k(x_2)$ や $\varphi_r(x_2)$ になる. 13

注6：既に注2で述べたように，量子力学では一つの状態に一つの波動関数を対応させ，そこから個別の場合に，さまざまな事象が生じてくるものと考えている．しかしここでは一つの状態に多数の波動関数が対応している.

注7：Fineはこの局所性と完全性の両立不能性が，ＥＰＲでは不明瞭にされていた，核心的な結論であること，またEinsteinの引き出した結論は，量子論は完全性と局所性とのあいだにジレンマを生じ，どちらも正しいことはあり得ないというものであること

を注意している[3]. しかしEinsteinがこのような状況をジレンマと感じていたというよりも，局所性の仮定の正当性から波動関数による状態の記述は不完全である，とみなしていたことはこの論文だけでなく他の文献からも，明白である.

参考文献

(1) A. Einstein, B. Podolskey and N. Rosen, Physical Review 47 (1935), p777-780.
湯川秀樹監修,『アインシュタイン選集1』, 共立出版, 1971, p184-194.

(2) M. Jammer, “The Philosophy of Quantum Mechanics-The Interpretations of Quantum Mechanics in Historical Perspective”, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1974.
井上健訳,『量子力学の哲学　上』, 紀伊国屋書店, 1983, p200.
小杉誠司, 淑徳短期大学紀要第36号, 1997, p9-16.

(3) A. Fine, “The Shaky Game Einstein Realism and the Quantum Theory”, The University of Chicago Press, Chicago, Illinois, U.S.A., 1986.
町田茂訳,『シェイキーゲーム』, 丸善株式会社, 1992.

(4) A. Einstein, Dialectica, 2 (1948), p.320-324.
湯川秀樹監修,『アインシュタイン選集1』, 共立出版, 1971, p195-200.

(5) A. Einstein, R. C. Tolman and Boris Podolsky, Physical Review 34 (1931), p780-781.
湯川秀樹監修,『アインシュタイン選集1』, 共立出版, 1971, p180-183.

(6) N. Bohr, Physical Review 48 (1935), p696-702.

(7) マーミン, 町田茂訳,『量子のミステリー』, 丸善株式会社, 1994, p123.

(8) J. S. Bell, Physics 1 (1964), p195-200.

(9) A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, Physical Review Letters 48 (1982) p91-94.